

EMF 2009 – Groupe de travail 7
Enseignement des mathématiques aux niveaux postsecondaire et supérieur
Bilan des travaux et discussions

Nadia AZROU, Centre universitaire Yahia Farès de Médéa

nadiazrou@gmail.com

Denis TANGUAY, Université du Québec à Montréal

tanguay.denis@uqam.ca

Fabrice VANDEBROUCK, Université Paris Diderot – Paris 7

vandebro@math.jussieu.fr

1. Introduction

Le groupe de travail a abordé la question de l'enseignement des mathématiques aux niveaux postsecondaire et supérieur en continuité avec ce qui s'était fait dans le groupe de travail sur le Thème 6 d'EMF 2006, où les questions et réflexions avaient gravité autour de la transition secondaire/postsecondaire. Compte-tenu du thème central du présent colloque, *Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation*, il nous apparaissait en effet que d'un point de vue développemental, des problèmes tels l'accroissement du nombre d'échecs et d'abandons des nouveaux étudiants à l'université, ou la désaffection des étudiants pour les filières scientifiques, sont liés aux phénomènes de transition secondaire/postsecondaire, à la discontinuité entre les approches adoptées en mathématiques au secondaire et au supérieur (lycées, cégeps, 'colleges' anglo-saxons, premières années d'université...), à la difficulté qu'ont les étudiants à s'adapter aux ruptures ainsi créées : ruptures dans les contenus disciplinaires, le niveau de formalisme et d'abstraction exigé, les méthodes d'enseignement et d'évaluation, les pratiques enseignantes et méthodes d'apprentissage, etc.

Des discussions, réflexions et échanges sur ces questions de transition, on peut dégager trois angles d'attaque distincts (mais non disjoints !) :

- **Perspective institutionnelle sur les transitions (secondaire/postsecondaire)**

Programmes et curriculums, évaluation, organisation du travail, méthodes pédagogiques. Avec, justement, un regard plus « pédagogique » et général (que didactique) sur les sujets et questions abordés.

- **Perspective plus cognitive sur les transitions**

Aptitudes et compétences mathématiques « transversales » (c'est-à-dire plus ou moins indépendantes des sujets mathématiques) à développer, avec leurs difficultés sous-jacentes : logique, démonstration, formalisme, capacité à abstraire... Abord didactique davantage orienté vers l'analyse de productions d'étudiants.

- **Perspective plus épistémologique et mathématique sur les transitions**

Études de savoirs et sujets spécifiques. Abord didactique davantage orienté vers l'étude des ingénieries et de l'enseignement (par exemple via les manuels) ciblant ces savoirs spécifiques.

2. Perspective institutionnelle sur la transition secondaire / supérieur

Selon une perspective socioculturelle et institutionnelle, le groupe s'est inspiré de trois communications pour s'interroger sur certains points importants de la transition : l'organisation curriculaire visant une bonne coordination des programmes d'un niveau à l'autre, l'influence de l'évaluation et notamment, des examens préparatoires et d'entrée à l'université, l'organisation du travail au secondaire et à l'université. Ces thèmes ont été abordés à travers les sujets spécifiques suivants : les réformes récentes du système d'enseignement algérien, les concours d'entrée aux universités en Turquie et une expérimentation belge de l'apprentissage par problèmes en mathématiques.

A. SEMRI a présenté une étude (encore en élaboration) de l'articulation entre les systèmes d'enseignement secondaire et supérieur. Il a exposé comment une réforme de l'enseignement secondaire et supérieur algérien a été instaurée sans prendre en considération plusieurs facteurs déterminants. À l'université, le système LMD (License-Master-Doctorat) a été mis en place sans l'avis ou la préparation ni des enseignants, ni des étudiants, ni même de certains administrateurs. L'exposé d'A. Semri a bien mis en évidence la non-harmonisation des programmes entre les deux niveaux et par conséquent, la non-continuité des savoirs enseignés. Sur le plan pédagogique, l'enseignement passe à l'approche par compétences sans qu'on se soit assuré de la disponibilité des outils nécessaires. Les enseignants, n'étant ni formés ni même informés, ont du mal à couvrir des programmes longs à l'intérieur de volumes horaires très réduits. Tout en enseignant selon leurs anciennes méthodes, en l'absence d'un système de tutorat systématique et efficace, la transition est très mal vécue et par les enseignants, et par les étudiants. Quant à l'évaluation, elle rend la transition plus difficile encore : le nombre d'examens a été réduit et à l'université, et on y évalue beaucoup plus la compréhension et la capacité à appliquer les notions que les savoirs spécifiques ou l'application de procédures toutes prêtes, comme c'est le cas au niveau secondaire.

A. Semri a conclu sa présentation avec quelques suggestions qui visent à remédier à la mauvaise articulation entre les deux systèmes d'enseignements : la mise en place du tutorat et l'ouverture de l'enseignement à l'approche par compétences dès le secondaire, appuyée d'une formation ad hoc des enseignants. Ceci a inspiré le groupe pour une autre suggestion à savoir, une prise en compte et des moyens accrus pour les formations, initiale et continue, des enseignants.

La communication de **S. BASTURK** a porté sur l'étude d'une situation propre à la Turquie mais qui a des analogues dans d'autres pays. Un concours d'entrée aux universités conditionne l'enseignement secondaire en Turquie. Il ressort de l'étude que l'enseignement secondaire turc prépare l'élève non pas à l'université en tant que telle, mais plutôt à passer un examen — qui est final pour la majorité des élèves — ou à réussir le concours d'entrée aux universités. Or, le format et la teneur de ces examens (incidemment tous des QCM¹) ainsi que leurs conditions de passage commandent un enseignement et des apprentissages s'appuyant sur des « raisonnements imitatifs et mémorisés » (Bergqvist, 2007), qui se révèlent ensuite inadéquats à l'université ce qui rend, encore ici, la transition difficile. S.

¹ Questions à choix multiples.

Basturk explique alors comment des lycées privés, les *dérsanés*, dispensent des cours supplémentaires aux élèves dont les parents ont les moyens, dans le seul but d'exercer l'élève à traiter les QCM du concours d'entrée à l'université. Ces dérsanés, par la compétition qu'ils induisent, exercent une pression induite sur tout le système, si bien que même les bons élèves, s'ils ne suivent pas les cours des dérsanés, ne réussissent que très difficilement le fameux concours.

Les membres du groupe n'ont bien sûr pu que déplorer cette influence néfaste des examens d'entrée à l'université sur l'enseignement secondaire et ils ont ainsi été amenés à discuter du problème général de l'évaluation. Certains ont relevé des problèmes analogues dans les institutions de leur pays, par exemple des examens nationaux stéréotypés (qu'ils soient à la sortie du secondaire ou à l'entrée de l'université) qui conditionnent l'enseignement plutôt que l'inverse. Il y a eu consensus à l'effet que la co-construction d'examens inter-ordres est souhaitable. Consensus également à l'effet que l'évaluation en mathématiques doit permettre de mesurer la justesse et la précision des raisonnements rédigés — ce que ne permettent généralement pas les QCM —, même si cela doit impliquer des corrections plus laborieuses et subjectives ; et des temps d'évaluation plus longs, avec des épreuves plus fréquentes, plus variées, en une répartition plus étalées, nécessitant donc plus de ressources.

Une approche alternative de l'enseignement des mathématiques, proposée aux universitaires de première année ainsi qu'aux élèves de terminale, a été étudiée et présentée par **K. BEN-NAOUM**. Celle-ci est mise en œuvre via l'apprentissage par problème, expérimenté notamment durant des séances d'information sur certains programmes de sciences destinées aux lycéens belges. Des enseignants universitaires, désireux de donner aux lycéens une meilleure idée des mathématiques universitaires, s'organisent, pendant trois mercredis successifs, pour aller dans les lycées et y présenter, traiter et corriger un problème qu'ils proposent aux étudiants. Leur but est de leur faire découvrir une autre façon de faire des mathématiques, en modélisant et traitant mathématiquement un problème relativement « concret ». Le groupe a considéré cette contribution comme une parmi plusieurs solutions pour atténuer la transition secondaire-postsecondaire.

K. Ben-Naoum a exposé un de ces problèmes des « mercredis des maths », sa solution, ainsi que les réponses des élèves à un questionnaire visant à évaluer leur perception sur : l'intérêt du problème, le travail du groupe, l'organisation des séances, etc. Il ressort de la démarche qu'elle permet de rassurer les élèves sur ce qu'est l'université et sur le type de travail (mathématique) qu'on y pratique, et ceci ne peut que servir positivement la transition. D'autant plus que l'expérience a dépassé les attentes, recevant un accueil chaleureux tant des directions d'écoles que des élèves et des enseignants. Les élèves, en particulier, s'y sont engagés en grand nombre et avec enthousiasme.

La présentation de K. Ben-Naoum a amené le groupe à discuter de la nécessité d'une coopération entre les différents ordres d'enseignement à tous les niveaux (examens, programmes, méthodes d'enseignement, organisation du travail, visites à l'université et au lycée...) afin d'assurer une transition plus équilibrée. Une telle coopération implique en particulier une meilleure connaissance, de la part des enseignants de chaque ordre, de ce qui se fait dans l'autre, ce qui peut

relever (au moins en partie) de la formation des maîtres ; mais aussi d'initiatives comme celle des « mercredis des maths ». Le groupe a également échangé sur les alternatives au système « cours plus TD », presque omniprésent à l'université. Pour K. Ben-Naoum, les gains pédagogiques d'approches comme l'apprentissage par problème et par projets (APP) sont tels qu'ils devraient inciter les enseignants à y avoir recours plus fréquemment, voire systématiquement. Ces gains sont avant tout ceux de l'autonomie de l'étudiant et de sa responsabilisation vis-à-vis ses propres apprentissages. Mais de telles approches demandent une organisation autre du temps de travail, et vraisemblablement une révision des choix curriculaires. Le débat s'est alors engagé sur ce dernier point, mais n'a pas mené à un consensus : certains étaient d'avis que le curriculum universitaire est trop chargé, qu'on cherche à y couvrir trop de connaissances qui y sont d'ailleurs mal comprises et mal assimilées, que l'université devrait privilégier le « comment apprendre » sur le « quoi apprendre ». Mais d'autres évaluaient que les curriculums universitaires se sont appauvris depuis une décennie, qu'il peut y avoir un effet d'inertie à trop insister sur les méthodes et qu'il est normal à l'université que concepts et savoirs ne se clarifient qu'après maturation longue, pouvant n'advenir qu'en fin de cursus.

3. Perspective cognitive

Selon une perspective cognitive, le groupe a discuté des problèmes engendrés par les exigences accrues en matière de formalisme dans le passage du secondaire au supérieur. Comme en conclusion du Thème 6 d'EMF 2006, il y a eu consensus à l'effet que « l'écriture formelle n'est pas en elle-même porteuse de la signification des lois qu'elle énonce et des objets qu'elle met en jeu » (Bloch et al., 2006). Du point de vue de l'enseignement, le recours au formalisme se pose en véritable paradoxe puisqu'il devrait permettre une clarification épistémique des concepts, objets et relations traités alors que cognitivement, il s'accompagne au contraire chez une majorité d'étudiants d'un obscurcissement, lié aux notions nouvellement introduites et pour eux très abstraites, auxquelles ils n'arrivent pas à donner du sens. Le formalisme se constitue donc en véritable obstacle, particulièrement manifeste quand les étudiants « opèrent sur la forme des expressions, sans considérer ces expressions comme faisant référence à autre chose qu'à elles-mêmes » (Sierpiska et al., 1999, p. 12). Ceci renvoie à la nécessité d'un travail sémantique sur les objets en parallèle avec le travail syntaxique sur les relations et propositions, et un tel travail n'est possible et opérant que si on lui alloue un temps (didactique) suffisant. Pour qu'il se fasse efficacement, il faut en outre que les enseignants restent constamment convaincus de sa nécessité.

V. DURAND-GUERRIER et **J. NJOMGANG NGANSOP** ont fait valoir dans leur présentation que *la négation* est peu ou pas étudiée au secondaire et néanmoins tenue pour acquise au supérieur. Les résultats expérimentaux présentés montrent pourtant la difficulté des étudiants universitaires à formuler ou comprendre correctement la négation d'un énoncé quantifié. Des analyses, préalable et a posteriori, ressort que ces difficultés relèvent des mathématiques et en particulier de la logique (propositionnelle et du 1^{er} ordre), mais sont aussi langagières et didactiques, et sont amplifiées par le fait que les enseignants de mathématiques sous-estiment largement la complexité de la négation. Les discussions qui ont suivi la présentation ont notamment soulevé les problèmes didactiques et curriculaires que pose la prise en compte de ces difficultés dans

l'enseignement : quand et comment « enseigner » la logique ? Qu'y enseigner ? Comment rendre cet enseignement *opérateur*, c'est-à-dire transférable et efficacement utilisable dans les autres domaines de la mathématique ? Comment y prendre en compte la langue, maternelle ou seconde (dans des pays comme ceux du Maghreb, où la langue maternelle est délaissée au supérieur en mathématiques) et les relations entre langages mathématique et vernaculaire, plus enchevêtrées qu'il n'est communément reconnu ? Sans bien sûr régler ces questions, il y a eu consensus du groupe sur la nécessité :

- d'un travail spécifique sur la logique se poursuivant continûment et transversalement, partout dans le cursus ;
- d'une prise de conscience par les enseignants des difficultés mentionnées, des **implicites** liés aux aspects logiques tant de leurs discours que des traitements plus formels mis en œuvre en classe ; ceci renvoyant au rôle central qu'a à jouer la formation des maîtres à cet égard ;
- d'une poursuite plus systématique de la recherche didactique sur ces questions, notamment sous les angles
 - des modalités de travail des concepts logiques,
 - de l'investigation des divers contextes linguistiques, particulièrement pertinente pour EMF.

Bien que son cadre théorique relève principalement des travaux de Chevallard (1989) et s'attache donc aux aspects institutionnels de la transition secondaire-supérieur, le travail d'enquête et d'analyse présenté par **M. DE VLEESCHOUWER** repère et souligne des difficultés d'ordre essentiellement cognitif, auxquelles les étudiants sont confrontés dans leur premier abord de la *dualité* en algèbre linéaire. De Vleeschouwer fait valoir que la transition « concret-abstrait » (Winsløw, 2008) est ici en cause, principalement dans sa seconde phase, quand les éléments du bloc « technologico-théorique » (au sens de Chevallard-Winsløw) deviennent les objets d'un nouveau bloc « pratico-technique », en une nouvelle praxéologie. Dans la discussion qui a suivi, on a souligné la nécessité, pour l'institution et les enseignants, de laisser un temps d'appropriation suffisamment long aux étudiants, sans lequel les difficultés inhérentes à ce type de transition se trouvent exacerbées. Incidemment, plusieurs se sont étonnés de ce que la dualité arrive si tôt dans le cursus belge, avant même que les notions d'algèbre linéaire plus élémentaires — applications et formes linéaires, sous-espaces, bases, coordonnées, etc. — soient minimalement maîtrisées, ce que montre d'ailleurs l'enquête de M. De Vleeschouwer. Cela a donné lieu à un retour du débat autour des préoccupations déjà manifestées par K. Ben-Naoum et A. Semri : l'université ne cherche-t-elle pas à en faire trop ? Devrait-on y faire « moins mais mieux » ?

La présentation de **C. CORRIVEAU** a justement porté sur des notions d'algèbre linéaire plus élémentaires, et le formalisme a ici été considéré pour les difficultés que suscite sa mise en œuvre en démonstration. De l'analyse de productions d'étudiants sur des tâches de prime abord simple — l'une d'elle consiste à montrer que la transposée de l'inverse d'une matrice carrée inversible est l'inverse de la transposée —, il ressort que l'écriture symbolique issue de la formalisation, en condensant à l'extrême l'information, ajoute un « bruit » psychologique au milieu duquel l'étudiant perd les règles syntaxiques des algèbres nouvellement étudiées, ici l'algèbre matricielle. Le paradoxe de

l'apprentissage de l'algèbre², énoncé par C. Corriveau, a fait écho au paradoxe du recours au formalisme en enseignement, déjà invoqué dans le présent texte. La discussion qui a suivi, portant principalement sur la question de l'apprentissage de la démonstration, a permis de faire le lien avec les aspects logiques dont il avait déjà été question. Il s'en est dégagé qu'en démonstration, le travail sur les objets mathématiques, leurs propriétés et leurs relations est tout autant nécessaire que le travail sur les propositions, comme il est conduit en logique propositionnelle. Ici aussi, on a souligné l'importance d'une prise de conscience des enseignants, la nécessité pour eux de bien évaluer la complexité des tâches de démonstration qu'ils proposent, de bien mesurer la difficulté que pose le décodage de l'écriture symbolique impliquée, d'aménager la tâche de façon à favoriser un contrôle de la signification par l'élève ou l'étudiant, comme dans les exemples présentés par C. Corriveau.

4. Perspective mathématico-épistémologique

Des points de vue épistémologique et mathématique, le groupe s'est interrogé sur la spécificité des notions mathématiques qui sont introduites au supérieur, sur l'écart entre les niveaux de conceptualisation requis au secondaire et au supérieur pour des notions qui vivent dans les deux institutions et enfin, sur les différences dans les mises en fonctionnement attendues des élèves et des étudiants. En ce qui concerne la spécificité des notions, le groupe a pris appui sur les travaux de Robert (1998, 2009), qui distingue très généralement trois types de notions mathématiques : les extensions de concepts « sans accident » ou « avec accidents », les notions RAP (Réponses A un Problème) et les notions FUG (Formalisatrices, Unificatrices, Généralisatrices).

A. GONZALEZ-MARTIN explique par exemple comment le concept de *série numérique* est très différemment introduit aux étudiants selon les manuels. Des manuels n'exploitent que de façon anecdotique les problèmes rencontrés dans l'histoire (le paradoxe de Zénon, par exemple). D'autres ne s'appuient pas sur les notions déjà connues des étudiants, comme celles de *suite* ou de *série géométrique*. González-Martín cherche à unifier les connaissances didactiques sur les séries afin de proposer une introduction du concept qui exploite ces idées, en mettant également un fort accent sur les représentations graphiques des séries numériques.

Dans sa contribution, **S. BRIDOUX** se penche sur les notions de topologie introduites dans les premiers cours d'analyse et cherche à mettre en évidence le caractère FUG des notions d'intérieur, d'adhérence, d'ouvert et de fermé. Le caractère *généralisateur* des notions apparaît quand ce qui est nouveau a une portée plus grande que ce que les élèves ou étudiants ont déjà à leur disposition. Le caractère *formalisateur* se signale par l'introduction d'un formalisme nouveau ou par la systématisation d'un formalisme jusque-là utilisé de manière circonscrite. Le caractère *unificateur* indique que la notion remplace plusieurs éléments anciens, traités jusqu'alors « chacun pour soi ». Les notions de

² « On introduit une nouvelle algèbre (algèbre élémentaire, algèbre vectorielle, algèbre matricielle, etc.) comme outil de calcul, « d'automatisation », « d'algorithmisation » des démarches, de prise en charge du raisonnement par le calcul et ses règles. Cela suppose qu'on accepte de déléguer à cette algèbre une partie du contrôle de la validité et du sens. Mais ce détachement entraîne à son tour des pertes de contrôle et de sens. » (contribution de C. Corriveau. Voir aussi Corriveau et Tanguay, 2007, p. 12).

topologie, spécifiques du niveau universitaire, possèdent les trois caractères à la fois ; ce sont des notions **FUG** : elles permettent d'introduire plus de généralité en unifiant différents objets grâce à un nouveau formalisme, qui de fait simplifie les écritures mais peut aussi brouiller le sens. Elles ont beaucoup été étudiées par les didacticiens de l'algèbre linéaire (Dorier, Harel, Sierpiska... La notion d'espace vectoriel, par exemple, est maintenant emblématique des notions FUG), qui s'entendent pour dire qu'elles sont difficiles à introduire auprès des étudiants car de par leurs caractéristiques, on ne trouve pas de « bons » problèmes mathématiques (ou de « situation fondamentale », au sens de Brousseau, 1998) à soumettre pour les introduire naturellement : soit que le problème est trop élémentaire et se résout avec des techniques ad hoc, l'élève ne voyant pas alors la pertinence de l'introduction d'une nouvelle notion, soit qu'il est trop éloigné de ce à quoi a accès l'élève, qui le perçoit alors comme un artifice d'enseignement pour introduire une notion qui le dépasse.

Pour les premières notions de topologie, Bridoux propose une ingénierie qui met, comme chez González-Martín, l'accent sur les représentations graphiques ; mais aussi sur les commentaires méta-mathématiques, qui peuvent se révéler efficaces pour motiver l'introduction de ces notions auprès des étudiants. L'introduction aux notions de topologie s'avère d'autant plus difficile, par rapport à ce qu'il en est en algèbre linéaire, que ces notions unifient des concepts mathématiques que les étudiants n'ont pas encore suffisamment manipulés ou dont ils ont vu peu d'exemples : les intervalles dans \mathbb{R} , les sous-ensembles du plan, etc. A contrario, la possibilité de recourir à des figures génériques pour exemplifier ces concepts apparaît constituer un avantage par rapport aux notions d'algèbre linéaires et facilite peut-être une introduction naturelle. C'est cette possibilité qu'exploite S. Bridoux dans l'ingénierie présentée, dont elle décrit en outre une première expérimentation.

Du côté des différents niveaux de conceptualisation des notions mathématiques au secondaire et dans le supérieur, les contributions et les discussions du groupe ont permis de remettre en évidence les conceptualisations de type « processus » des notions, souvent suffisantes au lycée : les fonctions vues comme règles de transformation, les séries numériques comme sommes infinies potentielles (González-Martín), les matrices comme opérateurs (Corriveau), etc. Ces types de conceptualisation sont différents d'une conceptualisation de type « objet », telle qu'attendue dans le supérieur. Une référence explicite à la théorie APOS a été faite à cette occasion, ainsi qu'au phénomène d'abstraction continue, par lequel des notions sont abstraites et objectivées (ou *réifiées*), pour être ensuite remises en jeu dans de nouveaux processus donnant à leur tour naissance à des objets encore plus abstraits. Le lien avec la transition « concret-abstrait », telle qu'elle nous avait été décrite de Winsløw par M. De Vleeschouwer, a lui aussi été signalé.

Enfin, du côté des mises en fonctionnement des connaissances mathématiques, différentes au secondaire et dans le supérieur, le groupe a pu discuter, à nouveau à partir des travaux de Robert (1998), des caractères mobilisables et disponibles des mises en fonctionnement de notions mathématiques : le caractère *mobilisable* est la plupart du temps suffisant dans les exercices du secondaire, où les connaissances à mettre en jeu sont indiquées, alors que les connaissances doivent souvent être *disponibles* — au sens de Robert, c'est-à-dire

telles que l'étudiant saura y avoir recours sans indication, même dans des contextes apparemment éloignés de ceux où ils les a rencontrées jusqu'alors — dans les exercices ou problèmes du supérieur. En outre, les tâches sont souvent isolées, voire simples et isolées dans le secondaire, alors qu'elles deviennent complexes dans le supérieur, avec des adaptations à surmonter de façon autonome par les étudiants : faire des choix, introduire des intermédiaires, interpréter, reformuler, changer de cadre ou de point de vue, etc.

5. Conclusion

Nous remercions vivement les présentateurs et les autres participants au Groupe de travail 7 :

les échanges ont été riches, animés mais toujours cordiaux, dans une excellente ambiance. Peu de sujets ont donné lieu à des prises de position opposées ; celui de la (sur)abondance des notions couvertes à l'université — voir le débat pendant à la proposition de K. Ben-Naoum — en est un. Mais les discussions ont le plus souvent permis aux participants de nuancer et moduler leurs idées et convictions.

- Les participants s'entendent pour un travail sur la logique, pour une conscience accrue de la difficulté de l'articulation entre langages vernaculaires et langage mathématique, mais reconnaissent du même souffle l'inefficacité, voire l'ineptie d'exercices qui consistent par exemple à énoncer la contraposée de « si tu as faim, alors il y a du fromage dans le frigo ». Où, quand et comment travailler la logique ? Les avis ont convergé : la question n'est pas simple, le point d'ancrage d'un travail efficace sur la logique reste encore à trouver, ce travail ne saurait être isolé et doit être conduit en articulation avec les sujets mathématiques spécifiques, notamment dans leurs phases plus formelles.
- Les participants s'entendent pour relativiser l'importance du formalisme en mathématiques, s'entendent sur la nécessité d'un travail sémantique sur les objets à mener concurremment, peut-être même préalablement, au travail syntaxique sur les propositions, mais reconnaissent du même coup le rôle central joué par le raisonnement déductif et la démonstration, et dès lors la nécessité d'une édification théorique dont les assises relèvent minimalement de structures logico-formelles.
- Les participants s'accordent sur l'importance de l'explicitation, dans l'enseignement, de ce que Drouhard (2006) appelle les savoirs d'ordres II et III — règles du jeu mathématique, savoirs transversaux (Grenier et Payan, 2006), spécificité de la signification mathématique de certains termes du langage courant (contribution de V. Durand-Guerrier et J. Njomgang Ngansop), considérations méta-mathématiques sur les notions FUG (contribution de S. Bridoux), éléments d'histoire et d'épistémologie (contribution de A. González-Martín), etc. — mais sont par ailleurs conscients du danger qu'il pourrait y avoir à vouloir trop systématiquement tout expliciter : trop de « méta », « d'explications sur » ne rajouterait-il pas du « bruit » ? Après tout, il faut bien aussi « faire des maths » ! Comment bien doser ?

Sur tous ces aspects et sur d'autres — rôle des changements de représentation, du dessin, de l'écrit, savoirs versus savoir-faire, etc. — un des principaux points de convergence a été la *formation des maîtres* : même si le bon calibrage entre

tel et tel pôle de ces aspects est encore à trouver pour chaque niveau du secondaire et du post-secondaire, reste que la recherche d'un équilibre passe d'abord par une prise de conscience des enseignants que les problèmes se posent et qu'un positionnement à l'extrême de ces différentes polarités est presque invariablement contre-productif pédagogiquement. Le bon arrimage de l'enseignement entre les ordres secondaire et post-secondaire, au regard de chacun de ces aspects, repose donc fortement sur la réflexion sur les thèmes sous-jacents : logique, formalisme, démonstration, langages, syntaxe et sémantique, discours méta, approches pédagogiques alternatives, règles implicites et explicites... Cette réflexion est certes en grande partie soutenue par la formation des maîtres. Les formateurs — ce que sont une majorité parmi les participants du GT 7 — remplissent donc un mandat important à cet égard. Mais la recherche en didactique sur ces thèmes et sa diffusion, notamment auprès des enseignants, sont elles aussi centrales, et confirment la pertinence de rencontres internationales comme celle d'EMF.

Références

- Bergqvist, E. (2007) Types of reasoning required in university exams in mathematics. *Journal of Mathematics Behavior*, 26, pp. 348-370.
- Bloch, I., Kientega, G. et Tanguay, D. (2006) Synthèse du Thème 6. Transition secondaire/ post-secondaire en mathématiques. Dans N. Bednarz et C. Mary (éd.), *Actes du 3^e colloque Espace Mathématique Francophone : L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés*. Sur CD-ROM. Université de Sherbrooke, Canada.
- Brousseau, G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble, La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1989) *Le concept du rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel*. Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique, pp. 211-235. LSD-IMAG Grenoble.
- Corriveau, C. et Tanguay, D. (2007) Formalisme accru du secondaire au collégial : les cours d'Algèbre linéaire comme indicateurs. *Bulletin AMQ*, XLVII (1), pp. 6-25.
- Drouhard, J.-P. (2006) Prolégomènes « épistémographiques » à l'étude des transitions dans l'enseignement des mathématiques. Dans N. Bednarz et C. Mary (éd.), *Actes du colloque EMF 2006 : L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés*. Sur CD-ROM. Université de Sherbrooke, Canada.
- Dorier, J.-L., Harel, G., Hillel, J., Rogalski, M., Robinet, J., Robert, A., Sierpiska, A. (1997) *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question*. Coord. par J.-L. Dorier. La Pensée Sauvage. Grenoble, France.
- Grenier, D. et Payan, C. (2006) Des « situations recherche » pour l'apprentissage des savoirs transversaux. Dans N. Bednarz et C. Mary (éd.), *Actes du colloque EMF 2006 : L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés*. Sur CD-ROM. Université de Sherbrooke, Canada.
- Harel, G. (1989) *Learning and Teaching Linear Algebra : Difficulties and an Alternative Approach to Visualizing Concepts and Processes*. Focus on Learning Problems in Mathematics, Vol. 11, n°2, pp. 139-148.

- Robert, A. (1998) Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 18 (2), pp. 139-190.
- Robert, A. (2009) Problématique et méthodologie aux analyses des activités mathématiques des élèves en classe et des pratiques des enseignants de mathématiques. Dans F. Vandebrouck (éd.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, pp. 31-68. Octarès Édition, Toulouse.
- Sierpiska, A., Dreyfus, T. et Hillel, J. (1999) Evaluation of a Teaching Design in Linear Algebra : the Case of Linear Transformations. *Recherches en didactiques des mathématiques*, Vol. 19 (1), pp. 7-40.
- Winsløw, C. (2008) Transformer la théorie en tâches : la transition du concret à l'abstrait en analyse réelle. Dans A. Rouchier et I. Bloch (éd.), *Perspectives en didactique des mathématiques. Cours de la XIII^e école d'été de didactique des mathématiques*. La Pensée Sauvage, Grenoble.