

# **Lecture et interprétation des représentations graphiques des données statistiques (RGDS) chez les élèves et les enseignants du secondaire**

**Omar ROUAN  
Ecole Normale Supérieure  
Marrakech- Maroc**

**Résumé :** Les graphiques statistiques deviennent un moyen de communication de plus en plus consommé . Alors l'apprentissage de leur lecture et leur interprétation s'impose. Ce travail est une tentative de déceler les difficultés que présentent ces deux opérations chez les enseignants et les élèves du secondaire. Les résultats concernant les enseignants engendrent des difficultés liées à l'objet de la statistique, aux fonctions des RGDS, à la lecture et à l'interprétation de ces dernières. Alors que ceux concernant les élèves engendrent des difficultés liées aux concepts statistiques, aux caractéristiques des différentes RGDS, à la relation de ces dernières avec les composantes du raisonnement statistique, aux fonctions des graphiques statistiques.

## **Introduction**

Plusieurs facteurs sont à l'origine de notre intérêt pour les RGDS, pour leur enseignement et leur apprentissage : Elles se distinguent des autres graphiques par les situations qu'elles représentent et par le type de raisonnement qu'elles suscitent. Elles sont omniprésentes dans tous les domaines scientifiques et dans différentes matières d'enseignement, et sont fréquemment rencontrées dans le milieu social (journaux, revues, autres types de publications). Du fait qu'elles présentent la situation statistique étudiée dans sa globalité (variable statistique étudiée, données ou distribution, problème posé ...), les RGDS permettent de rendre les concepts statistiques plus palpables et plus accessibles aux élèves.

En outre, à cause de l'introduction des ordinateurs dans l'enseignement, leur interprétation est devenue plus urgente que leur construction, et constitue ainsi un objectif principal de leur enseignement.

Notre enseignement des RGDS donne-t-il assez d'importance à leur lecture et à leur interprétation? Quel type d'activités sur ces graphiques permet-il ? Permet-il de maîtriser leurs composantes, leurs caractéristiques, et leurs fonctions? Permet-il de mieux les exploiter?

## **Problème de recherche**

Pour mieux fonder ce questionnement, nous avons adressé, à 61 enseignants de mathématiques du secondaire, un questionnaire demandant leur conception de la statistique,

leur vision des objectifs d'enseignement des RGDS, les difficultés d'enseignement et d'apprentissage de ces dernières, et enfin le type de leur exploitation en classe (annexe1).

Parmi les résultats importants de cette enquête, le fait que l'activité de construction domine celles de lecture et d'interprétation. Les difficultés de construction citées par les enseignants sont plus nombreuses et plus détaillées que celles associées aux deux autres opérations. Celles-ci semblent être complètement absentes. Enfin, les enseignants semblent confondre lecture et interprétation.

Ces résultats engendrent à notre avis, un blocage au niveau des connaissances des enseignants concernant les RGDS et leur exploitation. Est-ce dû au manque d'information sur les caractéristiques des RGDS, sur leur fonction et leur relation avec le raisonnement statistique ? Est-ce dû au manque de pratique de la lecture et de l'interprétation des RGDS ? Quelles difficultés de lecture et d'interprétation des RGDS, notre enseignement de la statistique engendre-t-il chez les élèves ?

### **Revue de la littérature**

Les travaux sur la classification des représentations graphiques nous ont permis de situer les graphiques statistiques parmi les "diagrammes" de Bertin (1967) ; car, ils font associer chacune des valeurs d'une variable à l'une des valeurs d'une autre variable.

Les différents modèles de compréhension des graphiques, que nous avons examinés visent, soit l'évaluation de l'efficacité d'un graphique, soit l'élaboration d'un logiciel qui lit et interprète un graphique, soit la mesure de l'effet des connaissances d'un sujet sur sa capacité de lire une représentation graphique, etc. Ces modèles ramènent la compréhension des RGDS à des composantes à maîtriser. Selon l'objectif et le problème posé, le modèle donne plus d'importance à un aspect qu'à un autre. Parmi ces modèles, nous avons adopté celui de Lamrabet (1993,1999), pour sa tendance constructiviste et son orientation vers le didactique. Ce modèle ramène la compréhension d'un graphique à six aspects différents : structurel, opératoire, sémiotique, descriptif, fonctionnel et épistémologique. Il peut être utile aussi bien pour l'analyse des graphiques choisis que pour la catégorisation des difficultés des élèves .

Les travaux sur les difficultés d'interprétation des représentations graphiques ont mis en évidence un ensemble de difficultés, auxquelles nous pouvons nous attendre lors de la lecture et l'interprétation des RGDS. Parmi ces difficultés, Duval (1993) cite la correspondance sémiotique entre le registre des représentations graphiques et celui de l'écriture algébrique.

Partant de situations définies à l'aide de dessins ou de schémas ("mode source"), Janvier (1993) montre l'interférence de ces derniers avec les productions déterminées par le contexte (le "mode cible"). Il parle ainsi de l'interférence du "mode source" dans le "mode cible".

L'étude de l'évolution historique des RGDS, nous a permis de dégager les différentes fonctions que ces derniers peuvent avoir (description, comparaison, inférence, modélisation, exploration). Enfin, les travaux sur l'apprentissage des RGDS ont montré les caractéristiques de certains graphiques et les conditions de leur bonne utilisation.

### **Cadre terminologique et objectifs de recherche**

Notre revue de littérature nous a permis de nous situer par rapport aux autres travaux et de préciser notre cadre terminologique. Ainsi, la lecture d'une RGDS consiste en un décodage des signes, des symboles et des conventions syntaxiques qui le constituent. Son interprétation fait appel à ses propriétés caractéristiques, aux hypothèses et aux liens avec les concepts statistiques et mathématiques, pour en extraire des informations qui ne sont pas directement lisibles dessus. Quant à la notion de difficulté, elle se distingue de celle d'obstacle épistémologique par le fait qu'elle ne nécessite pas la remise en question des connaissances du sujet, mais demande du temps ou des informations pour être dépassée. Comme elle nous a permis de préciser et de reformuler nos objectifs et nos questions de recherche:

**Objectif 1:** Identifier les fonctions que les enseignants du secondaire associent aux RGDS, et les réactions qu'ils manifestent à l'égard de leur interprétation.

Comment conçoivent-ils ces graphiques? Quelles sont les fonctions qu'ils leur associent? Quelles sont les significations qu'ils donnent à leur "lecture" et leur "interprétation"? Quelle distinction font-ils entre ces deux opérations?

**Objectif 2:** Identifier les difficultés de lecture et d'interprétation des RGDS chez les élèves du secondaire, ainsi que les aspects de compréhension auxquels elles sont liées.

Quelles sont les difficultés de lecture et d'interprétation liées aux différents graphiques choisis, chez les élèves? Quels sont les aspects de compréhension associés à ces difficultés?

### **Méthodologie de recherche**

Notre recherche se veut exploratoire, elle adopte les questionnaires et les entrevues comme outils méthodologiques. Les graphiques étudiés sont l'histogramme, le diagramme circulaire

et le diagramme en bâtons. Les données représentées par ces graphiques sont prises dans le manuel de mathématique du secondaire.

Pour atteindre l'objectif 1, nous avons utilisé un questionnaire (annexe2) et des entrevues. Les entrevues reprennent les questions de ce dernier pour les approfondir et les compléter.

Pour atteindre l'objectif 2, nous avons utilisé des questionnaires portant chacun sur l'un des graphiques étudiés (annexe 3). Une justification de la réponse est demandée pour les questions visant une interprétation.

### **Population**

Pour l'objectif 1, 221 enseignants du secondaire, ont répondu au questionnaire. Quinze volontaires parmi eux ont participé aux entrevues.

Pour l'objectif 2, les questionnaires sont adressés à des élèves de première année secondaire (seconde dans le système français). Le choix des élèves est fait de sorte qu'ils représentent les niveaux (fort, moyen, faible). 147 ont répondu au questionnaire avec l'histogramme, 125 à celui avec le digramme en bâtons et 141 à celui avec le diagramme circulaire.

### **Méthodes d'analyse des données**

Pour les résultats du questionnaire des enseignants, nous avons utilisé une **ACM** pour chacune des quatre dernières parties du questionnaire. Certaines questions de la première partie sont utilisées comme des variables explicatives. Pour les résultats des entrevues, nous avons opté pour une analyse qualitative.

Pour les questionnaires des élèves, nous avons analysé les pourcentages de chaque question ainsi que les justifications données.

### **Résultats des enseignants**

Ces résultats proviennent des analyses factorielles effectuées et de l'analyse des entrevues. Dans les deux cas, ils portent sur les quatre dernières composantes du questionnaire : l'objet de la statistique, les fonctions des RGDS, leur lecture et leur interprétation.

### **Objet de la statistique**

Concernant l'objet de la statistique, l'ACM a donné lieu à différentes conceptions assez bien représentées, qui sont expliquées soit par le type du diplôme, soit par la présence ou l'absence

de la formation en statistique, soit par la pratique de l'enseignement de cette matière. Nous décrivons brièvement deux de ces conceptions

### ***Conception formelle/calculatoire***

Elle ne ramène l'objet de la statistique ni à ses aspects descriptives et inférencielles, ni à ses applications. Elle semble s'accorder avec un résultat des entrevues, qui nie l'existence d'un raisonnement statistique et limite la statistique à l'aspect calculatoire et formel.

### ***Conception prédictive/ non descriptive***

Elle ne ramène l'objet de la statistique ni à la collecte, ni à l'organisation, ni la représentation graphique des données. Elle est représentée par des enseignants ayant une licence ou une agrégation, mais qui n'ont pas eu de formation pédagogique. Ce résultat semble concorder avec deux conceptions données par les entrevues. La première ramène l'objet de la statistique à la prévision de résultats, alors que la deuxième conçoit la collecte des données comme une tâche externe au travail du statisticien.

## **Fonctions des RGDS**

Concernant les fonctions des RGDS, l'ACM a mis en évidence différentes conceptions dont nous présentons les suivantes :

### ***Conception synthétique***

Elle considère la RGDS comme un résumé des données et lui associe les fonctions de synthèse, de récapitulation et d'approximation de ces dernières. Elle suppose une perte d'information, mais pas obligatoirement une inférence ou une modélisation. Les individus associés à cette conception sont des sujets du cycle spécial, qui n'ont pas enseigné la statistique. Les résultats de nos entrevues confirment cette conception ainsi que les fonctions qui en découlent.

### ***Conception visuelle/statique***

Elle associe aux RGDS la fonction qui consiste à montrer les différentes caractéristiques visibles du phénomène étudié et à montrer les données anormales. Elle semble englober aussi bien les aspects descriptifs qu'inférentiels, mais sans tenir compte des principes et des heuristiques du raisonnement statistique. Cette conception est confirmée par celle, dégagée par les entrevues, qui conçoit la RGDS comme une image, qui reproduit les données sans aucune perte d'information. Celle-ci semble limiter les fonctions du graphique à la

visualisation et à la communication. En effet, son aspect iconique et statique enlève au graphique ses facultés de conjecture, de modélisation et d'inférence. Aspects sans lesquels, la perte d'informations est complètement dissimulée, et dépourvue de sens.

### **Définition de la lecture d'une RGDS**

La majorité des définitions données pour la lecture se rejoignent dans le fait qu'elles ne distinguent, ni entre les informations ayant un aspect global et celles ayant un aspect local, ni entre celles qui sont liées au contexte et celles qui sont exprimées de façon abstraite. Elles se confondent ainsi avec notre définition de l'interprétation d'une RGDS.

### **Définition de l'interprétation d'une RGDS**

Pour la définition de l'interprétation d'une RGDS, l'analyse factorielle a montré celle-ci est associée soit aux opérations d'estimation et de prévision, soit aux aspects descriptifs, comme la description des variations ou la comparaison des données du graphique, soit aux deux types d'opérations. Les résultats des entrevues confirment et complètent ceux du questionnaire :

- Elles ont montré des liens entre les différentes façons de définir ces deux opérations. Par exemple, la lecture comme relevé de ce qui est directement lisible sur la RGDS, est liée à l'interprétation, comme traduction d'effectifs en fréquences ou en pourcentages et de comparaison de ses derniers, comme l'explication des causes de ce qui est lu, ou comme prise de décision.
- Quoique l'idée de symétrie de la distribution ait été soulevée directement ou indirectement (forme d'une pyramide), en aucun moment, le calcul de la moyenne ne lui a été lié . D'où l'absence de correspondance entre la forme de la distribution et la valeur de la moyenne ou la position de cette dernière par rapport au mode, dans le cas d'une distribution uni modale
- absence totale du recours à la terminologie statistiques pour parler de l'objet de la statistique (organisation des données, résumé d'informations , prise de décision, prévision...) ou de certaines caractéristiques des RGDS (perte d'information).

## **Résultats concernant les élèves**

### **Les modes de lecture et d'interprétation**

L'analyse des résultats des questionnaires des élèves nous a permis de dégager différents modes de lecture et d'interprétation. Ces modes engendrent des difficultés de compréhension liées soit au graphique soit aux concepts statistiques utilisés pour sa construction.

**Le mode discret de lecture** revient à concevoir les extrémités des classes comme les modalités de la variable dans un histogramme. Ce mode est caractérisé par l'absence de la notion de classe et la dominance d'un raisonnement discret. Ne tient compte ni de la notion de classe, ni des conventions, ni des hypothèse et critères de regroupement des données en classes.

Lié surtout aux graphiques statistiques utilisant un repère d'axes, **le mode ordinal** consiste à concevoir les effectifs sur l'axe vertical du repère comme des numéros qui ordonnent les individus sur cet axe. Selon ce mode, les valeurs de la variable sont gardées sur l'axe horizontal, alors que les individus sont placés sur l'axe vertical

**Le mode fonctionnel** de lecture consiste à concevoir l'histogramme comme une fonction en escalier et à associer à tous les éléments de la même classe, l'effectif de cette dernière. Remarquons que pour les deux derniers modes de lecture, la notion de distribution est complètement absente.

**Le mode direct de lecture** suppose une correspondance analogique parfaite entre le graphique et la situation représentée, considérant que la représentation graphique reproduit totalement la réalité. Il semble partir du fait qu'on ne peut lire que ce qui est effectivement écrit sur le graphique ne laissant aucune place pour les conventions et les hypothèses graphiques et statistiques implicites.

### **Recommandations**

Ces résultats sous entendent la nécessité de développer une nouvelle vision de la statistique aussi bien chez les enseignants que chez les élèves. Cette dernière doit être élaborée en étroite liaison avec les applications de la statistique à différents domaines telles que la démographie, l'économie et la médecine, comme elle doit donner beaucoup d'importance à la question du sens des concepts et des paramètres statistiques. Nous pensons que l'interprétation de ces concepts et paramètres est le meilleur moyen pour y arriver.

Nous pensons aussi qu'elle oit accorder une grande importance à l'étude des RGDS, à leur analyse, à leur exploitation (mettre en évidence leurs fonctions), à leur lecture et à leur interprétation. Nous considérons que le modèle de compréhension adopté par notre recherche, présente un cadre d'analyse de ces dernières.

En plus, pour les enseignants, nous pensons qu'il faut mettre l'accent sur l'analyse épistémologique (aspects heuristique et conceptuel) et didactique (question du sens) des concepts statistiques. Comme il faut montrer les différentes utilités telles que l'organisation, la représentation graphique, le résumé des données, la prévision, l'estimation, la prise de décision, l'échantillonnage, l'analyse de séries chronologiques, l'analyse multidimensionnelle des données.

### **Limites et nouvelles pistes de recherche**

notre recherche s'est montrée trop ambitieuse, elle a touché un grand nombre d'aspects (relation entre graphiques et concepts statistiques, conceptions des enseignants, difficultés des élèves, etc). De ce fait, nous pensons qu'elle met en évidence des pistes de recherche concernant chacun de ces aspects. Par exemple:

- 1) le sens qu'on peut donner aux différentes configurations de l'histogramme ou du diagramme en bâtons
- 2) la liaison entre la moyenne arithmétique et ces différentes configurations.

Nous avons constaté chez les élèves la confusion de la moyenne avec des paramètres tels que le maximum, le mode ou le milieu. Mais, nous n'avons pas pu avoir des justifications suffisantes expliquant ces confusions. Nous pensons alors que ceci pourra faire l'objet d'une nouvelle recherche, qui portera sur les différentes conceptions de la moyenne et sur les relations de cette dernière avec les concepts cités.

Comme nous l'avons signalé, les modes de lecture et d'interprétation peuvent constituer des obstacles à la lecture et à l'interprétation de ces RGDS. La vérification de cette hypothèse ainsi que la détermination de la nature des obstacles, peuvent faire l'objet d'autres travaux de recherche.



## REFERENCES

- Belisle Claire & Guy Jouannade, "La communication visuelle", Les éditions d'organisation, 1988
- Bell A.& Claude Janvier, "The interpretation of Graphs Representing situations", For the learning of Mathematics, 2,1; Juillet 1981
- Beniger J.R. & Robyn D.L., "Quantitative graphics in Statistics: a brief history", The American Statistician, 1978, vol 32 numéro 1, pp 1-11.
- Bertin J., "Sémiologie Graphique" Editions Mouton & Cie, 1967.
- Bibby John , "Karl Pearson and the history of teaching Statistics" Teaching Statistics", Volume 13, N°2, summer 1991
- Biehler, R. (1990), "Changing Conceptions Of Statistics: A Problem Area For Teacher Education", From: Hawkins, a. (ed): Training Teachers To Teach Statistics. Voorburg: Intenational statistical institut, 1990,, pp 20-38.
- Bouroche J. M. & Saporta G., "L'analyse des données", Que sais-je, 1987
- Cheyssson M. E. "la statistique géométrique, Méthode pour la solution de problèmes commerciaux et industriels" , Publications du journal la génie Civil, 1887.
- Cleveland, W. S., The Elements of Graphing Data". Monterey, California, Wadsworth Health Science, 1985
- Costigan-Eaves Patricia & Micheal Macdonald-Ross, "William Playfair (1759-1823)", Statistical science, 1990, vol 5, No 3, pp 318-326.
- Delacroix M., "Histogrammes et estimation de la densité", Que sais-je, Presses universitaires de France, 1983.
- du Toit, S.H.C. & al, "Graphical Exploratory Data Analysis", Editions Springer-Verlag, 1986
- Fienberg S.E. "Graphical Méthods in Statistics", The American Statistician, 1979, vol 33, pp 165-178
- Graham A., "Statistical Investigations In The Secondary School", The Open University, Centre For Mathematics Education (PM646), Cambridge University Press, Cambridge, 1987
- Groupe Statistique de l'IREM de Rouen, "Graphiques au Collège", Juin 1991
- Jambu M., "Méthodes de base de l'analyse des données", Editions Eyrolles, 1999
- Janvier, C. "The interpretation of complex cartesian graphs representing situations - studies and teaching experiment", Thesis submitted to the university of nottingham for the degree of Doctor of Philosophy, October 1978.
- Lohse & al, "Classifying graphical information", Behavior & information technology, 1991, vol 10, N° 5 pp419-436
- Mac Gregor & Slodvic, "Graphic Representation of Judgmental information", human computer interaction, 1986, Volume 2, pp 179-200
- Nisbett & al, "The use of Statistical Heuristics in Everyday Inductive Reasoning", Psychological review, 1983, vol 90, N° 4, pp 339-363
- Preece Jenny & Claude Janvier, "A study of interpretation of trends in multiple curve graphs of ecological situations", School Science and Mathematics, Vol 92 (6), octobre 1992
- Radhakrishna C. Rao, "Statistics and Truth: Putting chance to work", Council of scientific & Industrial research, 1989
- Royston Erica , "Studies in the History of Probability and Statistics: A note on the history of the graphical représentation of data" Biometrika, Volume 43, parties 3 et 4, decembre 1956, pp 241-247.
- Volle M., "Analyse des données", collection Economie et statistiques avancées, Les éditions Economica, 1993