

L'enseignement des mathématiques dans ses liens avec l'économie



Najoua Haj Ali, École supérieure des sciences économiques et commerciales, Tunisie

Résumé

La théorie économique cherche à répondre aux besoins de la société. Or, ces besoins changent, évoluent dans le temps, de sorte que l'économiste est confronté constamment à de nouveaux problèmes. Parallèlement, les autres domaines scientifiques évoluent également et fournissent aux économistes de nouveaux outils, notamment en mathématiques et en statistiques, qui leur permettent de répondre au moins partiellement à leurs questions. Ces changements ont entraîné l'évolution continue de la théorie économique et sa diversification. Une telle perspective est-elle reprise dans les formations données aux futurs économistes ? De fait l'enseignement des mathématiques dans une formation économique varie d'une institution à l'autre. Nous nous sommes interrogés sur les mathématiques qui devraient être enseignées dans une telle formation économique. Cette étude nous a permis de construire un nouveau curriculum que nous nous proposons d'exposer partiellement.

Introduction

De multiples branches de l'économie se sont créées au fil du temps : la micro-économie, la macro-économie, la croissance économique, l'économétrie, la comptabilité nationale. En considérant par exemple le domaine de la macro-économie, on réalise qu'elle englobe au moins quinze théories : Courbe de Philips (Philips, Friedman, Phelps, Samuelson, Solow, Lucas), Modèle de Solow (Solow), Modèles « millésimés » ou à générations de capital (vintage models) (Solow), Modèles IS-LM (Hicks, Samuelson), Théorie de l'état stationnaire (Ricardo, Malthus), Théorie de l'oscillateur (Samuelson), Théorie de la croissance homogène (Barro, Lucas, Levine, Romer), Théorie de la régulation de la croissance (Aglietta, Boyer, Bénassy, Mistral), Théorie des cycles économiques (Kondratiev, Schumpeter, Kitchin), Théorie du capitalisme monopolistique d'État (CME) (-), Théorie keynésienne de la crise (Keynes), Théorie marxiste de la crise (Marx, Engels, Ténine, Luxembourg), Théorie néoclassique de la crise (Say, Hayek, Friedman, Buchanan) et Théorie régulationniste de la crise (Aglietta, Boyer, Bénassy, Mis)¹. Ces théories économiques utilisent des concepts issus de presque toutes les branches des mathématiques.

Du côté de la formation des futurs économistes, les enseignements dans les établissements de sciences économiques et de gestion², en Tunisie, comprennent un enseignement des mathématiques. La réussite dans ces modules de mathématiques est obligatoire et discriminante pour la réussite du

1 Pour avoir plus de précision sur ces théories, voir <http://www.ladocfrancaise.giuv.fr/revues/pe/theories/macroeco.shtml>.

2 Les bacheliers de toutes les sections du baccalauréat peuvent être orientés vers des études supérieures dans des établissements de sciences économiques et de gestion.

premier cycle universitaire. Par conséquent, il est légitime de penser que les mathématiques ne devraient pas être enseignées pour elles-mêmes mais dans leurs interrelations avec l'économie.

Qu'en est-il vraiment? Cette problématique nous l'avons abordée sur le terrain d'une institution tunisienne, que nous appellerons I, elle concerne la nature de l'enseignement de mathématiques destiné à des étudiants en formation économique, en particulier la question de son adéquation par rapport à l'économie et par rapport au projet professionnel des étudiants.

Articulation entre mathématiques et économie

L'examen de la nature des liens qui unissent l'économie et les mathématiques a mis en évidence que les méthodes en sciences économiques sont dérivées des mathématiques (Mongin, 2003) et qu'une grande diversité d'outils mathématiques est utilisée. Néanmoins, l'utilisation de ces outils a toujours été un objet de débat (Artaud, 1993).

Plus particulièrement, une utilisation croissante de concepts mathématiques est à l'œuvre dans la construction des théories économiques. Les méthodes en sciences économiques, appartenant initialement au champ des sciences humaines, deviennent ainsi de plus en plus formalisées. Pour comprendre l'économie, il apparaît donc nécessaire que l'étudiant se familiarise avec une multitude de concepts mathématiques.

Notre préoccupation est de voir si l'enseignement actuel des mathématiques dans une formation économique répond aux besoins d'une telle formation.

Portrait des étudiants et de l'enseignement dans les deux disciplines

Les données

Le mode de recrutement des étudiants dans les Instituts supérieurs d'économie et de gestion en Tunisie, et plus particulièrement dans l'institution I, met en évidence la diversité d'origine des étudiants au regard de la section d'enseignement secondaire. C'est pourquoi, avant de nous intéresser directement à l'institution I, il nous est apparu nécessaire également de dresser un rapide état des lieux de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement secondaire tunisien, particulièrement dans son rapport à l'économie. Ce rapide panorama de l'enseignement des mathématiques dans le secondaire en Tunisie, et de l'économie, s'appuie sur les résultats d'un questionnaire que nous avons fait passer à des enseignants des deux disciplines et qui nous permet de dégager quelques caractéristiques générales des enseignements à ce niveau, en identifiant entre autres les collaborations effectives de ces deux types d'enseignants dans les sections où l'économie est enseignée.

Nous avons par ailleurs analysé les programmes d'enseignement dans les Instituts supérieurs d'économie et de gestion, et plus particulièrement dans l'institution I, d'une part pour les cours de mathématiques et, d'autre part, pour les cours d'économie et gestion. Afin de mieux cerner, dans ce cas, le travail collaboratif et les besoins dans l'autre discipline des enseignants, nous avons élaboré deux questionnaires que nous avons fait passer aux enseignants respectivement de mathématiques et d'économie-gestion de l'institution I. Nous reviendrons maintenant sur quelques résultats. Pour des raisons de faisabilité, nous avons dû nous limiter ici à certaines catégories que nous expliciterons.

Quelques résultats

À travers les différentes analyses, nous avons constaté que le choix adopté pour l'enseignement de mathématiques dans une formation économique est fortement régi par les différents acteurs de la formation, l'évolution des mathématiques, la mathématisation de l'économie et ses différents discours, l'hétérogénéité des étudiants, leurs niveaux en mathématiques et la formation des enseignants de mathématiques et d'économie.

Les capacités mathématiques attendues des élèves de la section «économie et gestion» dans le secondaire sont largement moindres que celles attendues pour les étudiants de cette spécialité dans le supérieur. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'économie enseignée dans le secondaire est beaucoup moins mathématisée que ne l'est celle enseignée dans le supérieur.

Par ailleurs, l'enseignement de mathématiques dans le supérieur prend en charge l'enseignement de certains outils utiles dans la formation en économie et vise à ce que ces connaissances soient disponibles pour les étudiants. Cependant, il favorise un niveau technique aux dépens des niveaux de mobilisation et disponibilité des connaissances. Ceci est en partie dû au profil des élèves accédant à cette formation qui sont des élèves initialement très moyens en mathématiques et dans l'enseignement en général.

Par ailleurs, cet enseignement ne prend pas en charge l'utilisation des mathématiques en économie. Ceci nécessiterait un travail de collaboration entre les enseignants des deux disciplines et la mise en place de formations des enseignants, en sachant que la plupart des enseignants de mathématiques n'ont jamais eu une formation en économie et que la plupart des enseignants d'économie ont vis-à-vis des mathématiques une attitude avant tout utilitariste et que, même s'ils émettent le désir d'aller plus loin vis-à-vis du lien avec les mathématiques, leur formation les en empêche.

Enfin, l'utilisation d'un grand nombre d'outils mathématiques en économie impose de faire des choix dans les éléments à enseigner en mathématiques. La manière d'utiliser les mathématiques en économie doit être également repensée. Nous croyons que cet enseignement doit intégrer une nouvelle approche qui permette un juste équilibre entre la pensée économique et la pensée mathématique pour la résolution des problèmes d'économie. Ceci nécessite que l'étudiant acquière à la fois une pratique mathématique et une pratique économique.

Enfin, nous avons voulu mettre à profit l'utilisation d'outils didactiques pour analyser en détail les types de tâches proposées en évaluation aux étudiants et leur compétence face au contenu de leur enseignement. Ces différentes analyses ont montré que les outils mathématiques devraient être disponibles³ alors qu'ils ne le sont effectivement pas chez les étudiants dans l'institution I.

Ces analyses préalables nous ont amenés à nous interroger sur un enseignement qui prendrait en compte davantage une telle articulation entre mathématiques et économie. Comment concevoir une proposition curriculaire d'enseignement des mathématiques qui puisse répondre au mieux aux besoins de la formation? Notre projet visait à élaborer une telle proposition curriculaire globale.

3 Nous distinguons les différents niveaux de mise en fonctionnement des connaissances définis par Robert (1998), à savoir les niveaux technique, mobilisable et disponible.

Il s'est cependant vite avéré trop complexe de prendre en considération tous les points que nous avons soulevés.

Vers une proposition curriculaire

La dimension épistémologique dans une telle étude didactique apparaît centrale. Pour cela nous nous sommes intéressés au développement des modèles en sciences économiques. En nous appuyant sur cette analyse, ainsi que sur les étapes précédentes de notre travail et sur l'examen des travaux didactiques, un certain nombre de choix dans la conception d'un nouveau curriculum de mathématiques pour l'institution I ont été avancés.

Vu la diversité des outils mathématiques utilisés dans les enseignements d'économie, il était difficile de tracer les grands traits d'un curriculum. Commencer par faire des études sur des parties des modules de mathématiques existants apparaît en ce sens intéressant. Ce n'est qu'à ce niveau qu'on peut avoir une meilleure vision d'un éventuel curriculum. Il est possible d'y entamer des études ponctuelles portant sur certains concepts mathématiques, en allant des plus utilisés vers les moins utilisés, débouchant sur un travail d'élaboration d'ingénieries.

Du point de vue de l'analyse didactique, les ingénieries au sens strict portent essentiellement sur des temps assez courts de l'enseignement (sauf dans le cas des travaux de Brousseau sur les décimaux). Dans notre cas, nous travaillerons sur une période de temps beaucoup plus longue. Le projet est de réaliser une production se situant entre l'ingénierie et le manuel, un projet d'enseignement sur une longue étape dans le supérieur répondant, au mieux, à une formation spécifique.

Un travail plus spécifique sur le calcul matriciel

Nous avons choisi de faire une ingénierie sur un cours qui porte sur l'algèbre linéaire, et, plus spécifiquement sur le calcul matriciel. Ce choix n'est pas arbitraire, nous l'avons fait pour plusieurs raisons. La première raison fondamentale est que le calcul matriciel est utilisé dans plusieurs parties des cours d'économie. La deuxième raison est que, actuellement, l'algèbre linéaire (dont une grande partie est en fait du calcul matriciel) couvre la moitié d'un module d'enseignement des mathématiques pour économistes.

Les premières questions qui nous ont préoccupées étaient les suivantes: de quelle manière est utilisé le calcul matriciel en économie? Sous quelles formes? Dans quelle proportion? Dans la classe d'économie, est-ce que les étudiants rencontrent des difficultés dans l'utilisation du calcul matriciel? Si oui, quels types de difficultés?

Plusieurs travaux en didactique portant sur l'enseignement de l'algèbre linéaire ont été menés en France ou en Amérique du nord (Dorier, Hillel, Harel, Robert, Rogalski, Sierpiska, etc.). Cependant, à notre connaissance, aucun travail didactique n'a été mené spécifiquement sur les rapports entre l'algèbre linéaire et l'économie. De plus, cet enseignement est à mettre en lien avec le développement de processus fondamentaux en mathématiques. L'Algèbre linéaire est en effet un terrain favorable pour l'apprentissage de la rigueur mathématique, comme le souligne Uhlig: «The subjects concepts and concepts of linear algebra can be introduced in an exploratory and fundamentally reasoned way.» (Uhlig, 2002, p. 1); «the first linear algebra course can answer this desire

and serve as a transition and introduction to the modern culture of mathematics and rigor» (*Ibid.*, p. 3).

En confrontant les différents travaux didactiques menés en France et les résultats auxquels a abouti Uhlig à la suite de ses enseignements aux États Unis, Dorier a constaté que les difficultés que rencontrent les étudiants pour la compréhension de la preuve en algèbre linéaire sont spécifiques au contenu. «Therefore, it seems that, indeed, students are more accustomed to proving in mathematics classes in France than they are in the US. Nonetheless, they encounter similar problems when faced with their first courses in linear algebra. This means that the difficulties with proof and formalism in understanding linear algebra are content – specific» (Dorier, 2003, p. 186).

Des choix sont posés face à cet enseignement

Différents auteurs (Dorier, 2003 ; Uhlig, 2002) s'accordent sur le fait que réfléchir sur les résolutions de systèmes linéaires est un point de départ privilégié pour pouvoir initier chez les étudiants une démarche réflexive conduisant à comprendre les avantages du formalisme en algèbre linéaire «For instance, we share with Uhlig the idea that reflecting upon the solvability of systems of linear equations is an important starting point in order to access more formal ideas in linear algebra» (Dorier, 2003, p. 186).

Ainsi, nous avons opté pour une introduction de l'algèbre linéaire par la résolution des systèmes d'équations linéaires. Le dépouillement du questionnaire concernant les outils mathématiques utilisés en économie permet de confirmer la pertinence de ce choix. Nous avons en effet relevé environ 31 modules qui utilisent l'algèbre linéaire. Parmi ces modules, certains utilisent les systèmes d'équations linéaires et non les matrices, d'autres utilisent les matrices et non les systèmes d'équations linéaires et d'autres utilisent les deux.

À titre d'exemple, les modules d'économie qui utilisent les résolutions des systèmes et n'utilisent pas le calcul matriciel sont : Macro-économie I, Introduction à la gestion II, Comptabilité I, Micro-économie I, Comptabilité II, Statistique I, Comptabilité analytique de gestion, Micro économie II, Macro-économie II, Croissance économique, Théorie et organisation bancaire, Economie monétaire II et Géographie économique.

Dans son article, Uhlig (2002) propose de ne pas faire l'introduction de l'algèbre linéaire avec toute sa rigueur mathématique. D'après lui, il serait avantageux de commencer par familiariser les étudiants à des raisonnements intuitifs comme le faisaient les mathématiciens des années 1850. Il propose de préparer les étudiants graduellement à la rigueur mathématique. Il propose l'approche WWHWT qui consiste en une approche basée sur des questionnements :

- *What happens if?* (Qu'est ce qui se produit si?)
- *Why does it happen?* (Pourquoi cela arrive-t-il?)
- *How do different cases occur?* (Comment cela se fait-il que différentes possibilités se produisent?)
- *What is true here?* (Qu'est ce qui est vrai ici?)

Ces questionnements, explorés en profondeur, permettent de parvenir à un théorème. Cette approche prépare les étudiants à l'approche Définition – Lemme – Preuve – Théorème – Preuve – Corollaire (DLPTPC).

Recours à la modélisation

En analysant un fragment du savoir économique nous avons par ailleurs repéré deux types de modélisation qui mènent à la résolution des systèmes d'équations linéaires. Un premier type est tiré du domaine de la comptabilité nationale, en exploitant un tableau d'entées- Sorties (TES). Un deuxième exemple est tiré du domaine de la macro- économie et plus particulièrement de la théorie IS- LM du domaine de la croissance économique.

Nous distinguons trois types de modèles que les économistes sont amenés à résoudre : le modèle déterminé, le modèle sous déterminé et le modèle sur déterminé. Le modèle déterminé est un modèle qui se transforme en un système d'équations linéaires dont le nombre d'équations est égal au nombre d'inconnues et où les équations sont linéairement indépendantes. Un modèle sous déterminé est un modèle qui se transforme en un système d'équations linéaires où le nombre d'équations est plus petit que le nombre des inconnues. Un modèle sur déterminé est un modèle qui se transforme en un système d'équations linéaires où le nombre d'équations est plus grand que le nombre des inconnues. Précisons qu'en économie, les inconnues d'une équation linéaire sont appelées des variables. Nous observons deux types de variables : des variables endogènes et des variables exogènes. Les variables endogènes sont des variables à expliquer. En mathématiques elles sont nommées des inconnues principales. Les variables exogènes sont des variables explicatives. En mathématiques elles sont nommées des variables auxiliaires (elles jouent le rôle de paramètres).

Ainsi, dans une première étape l'économiste est appelé à transformer les hypothèses en équations dont il doit reconnaître l'indépendance. Dans cette étape, on observe la succession d'une technologie économique qui permet de valider la technique para mathématique de la transformation d'une hypothèse en une équation par une technologie mathématique qui permet de reconnaître l'indépendance des équations.

Dans une deuxième étape, l'économiste est appelé à résoudre le système et pour ce faire il doit distinguer les variables exogènes des variables endogènes. Remarquons que lors de cette étape, la justification des techniques à utiliser c'est-à-dire les technologies sont hybrides ; ce sont des justifications à la fois mathématiques et économiques.

Et enfin, à une dernière étape il doit être capable d'interpréter le résultat.

Pour la compréhension des résolutions de systèmes, la notion d'indépendance des équations est essentielle. Cependant, dans le contexte économique la reconnaissance de cette indépendance nécessite exclusivement la maîtrise du domaine économique. Ce sont les hypothèses économiques qui sont transformées en équations et l'interdépendance des hypothèses équivaut à l'indépendance des équations. Ainsi, c'est la maîtrise du domaine économique qui permet le contrôle de l'indépendance des équations. Par conséquent, on ne peut placer la notion d'indépendance des formes linéaires dans le chapitre espace vectoriel avant le travail sur la résolution des systèmes d'équations linéaires.

Nous pensons donc que l'enseignement des résolutions de systèmes d'équations linéaires est nécessaire dans la formation pour au moins les deux raisons suivantes :

- Il y a une utilisation abondante des systèmes d'équations linéaires dans les enseignements d'économie.
- Il constitue un point de départ privilégié pour pouvoir initier les étudiants à une démarche réflexive conduisant à comprendre les avantages du formalisme en algèbre linéaire. (Rappelons que l'algèbre linéaire est largement utilisée dans les enseignements d'économie).

L'objectif principal de cet enseignement est de faire en sorte que les étudiants atteignent une connaissance de cet outil « systèmes d'équations linéaires ». Il prépare aussi l'introduction des matrices.

Nous proposons de commencer l'enseignement de la résolution des systèmes d'équations linéaires par la méthode de substitution et par une approche graphique (un travail sur différents registres de représentation), en faisant varier le nombre d'équations et le nombre d'inconnues et en observant ce qui se passe, en apprenant à contrôler ce qui va se passer. L'objectif est d'installer chez l'étudiant un système de contrôle des solutions à trouver.

L'objectif du cours peut dans ce cas s'énoncer ainsi :

- Familiariser les étudiants à des raisonnements intuitifs et prendre connaissance du langage utilisé (une difficulté est de comprendre que si un système a plus d'une solution alors il en a forcément une infinité. Il nous semble que les exemples géométriques peuvent le faire « sentir »).
- Savoir qu'il y a des cas où il est possible de déterminer la nature des solutions d'un système en utilisant l'approche géométrique et qu'il y en a d'autres où ce n'est pas possible.
- Savoir que faire des transformations dans un système permet de déterminer la nature des solutions.
- Montrer la nécessité de raisonner par équivalence. Il est dangereux de faire des calculs sans contrôler la légitimité des opérations. La question est de savoir quelles sont les opérations qui permettent le passage d'un système à un autre par équivalence. L'ensemble de ces opérations est bien délimité à travers une méthode appelée la méthode de Gauss.

Les objectifs de la première séance de TD peuvent, quant à eux, s'énoncer ainsi :

- Apprendre à déterminer la nature des solutions d'un système sans le résoudre (nous avons donné des cas où cela est toujours possible).
- Permettre aux étudiants d'observer la légitimité des différentes opérations utilisées dans la méthode de Gauss ; ce qui revient à montrer à chaque étape que l'opération utilisée est réversible d'où l'équivalence. Permettre aux étudiants de s'exercer sur la méthode de Gauss et apprendre à contrôler la réversibilité des opérations.
- Pouvoir modéliser un problème qui se ramènera à un système linéaire où il ne s'agit pas simplement de résoudre le système ; l'interrogation porte sur le comment on résout un système.
- Habituer les étudiants à la modélisation et les amener à réfléchir sur le cas de l'indétermination.

Les objectifs de la première séquence⁴ sont donc de :

- Permettre aux étudiants de s'exercer à contrôler la réversibilité des opérations utilisées.
- Leur permettre aussi d'apprendre à retrouver une erreur dans une résolution fautive et à l'éviter, et de reconnaître une résolution juste et la justifier. Trouver une erreur dans une résolution de système n'est pas seulement la pointer et espérer qu'elle ne devra plus être commise, mais c'est aussi amorcer une réflexion des étudiants et une démarche méta, car pour trouver une erreur il faut une certaine distanciation par rapport à la méthode de résolution.
- Permettre aux étudiants de s'exercer à faire fonctionner la méthode de Gauss dans les trois cas de figures : système impossible, à solution unique et indéterminé.
- Habituer les étudiants à la modélisation.

Rappelons enfin qu'en examinant certaines théories économiques, nous avons relevé une différence entre la symbolisation utilisée en économie et celle utilisée en mathématiques. Nous avons constaté également que la terminologie utilisée dans les deux domaines était différente. Nous n'avons cependant pas intégré cette terminologie utilisée en économie car le module de mathématiques précède les cours d'économie.

Références

- Albertini J.-M, Silem A. (1988). *Comprendre les théories économiques. Clés de lecture, Tome 1*. Éditions du Seuil.
- Allais M, (1968). L'économique en tant que science. *In Revue d'économie politique*, n° 1, 78e année.
- Artaud M. (1993). *La mathématisation en économie comme problème didactique- Une étude exploratoire*, Thèse pour l'obtention du grade de docteur de l'Université d'Aix-Marseille II, IREM d'Aix-Marseille, Marseille.
- Artaud M. (1994). L'antimathématisation comme symptôme. Le cas de la mathématisation en économie. *Séminaire Didactique et technologies cognitives en mathématiques*, n: 159, Grenoble, 85-115.
- Artaud, M. (1997). «La problématique écologique. Un style d'approche du didactique». *Actes de la IX^e École d'été de didactique des mathématiques*, p. 99-139.
- Artigue, M. (1990). Épistémologie et didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 10, n° 2.3, p. 241-286.
- Bouroche, J.- M et Saporta, G. (1980). *L'analyse des données*. Collection « Que sais-je ? ».
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions Reed. 1991.
- Chevallard, Y. (1991). *Didactique, anthropologie, mathématiques*. In Chevallard 1985, postface à la deuxième édition, p. 199-233.

⁴ Précisons que les séries sont traitées pendant les séances de TD. Cependant, pour la première séance de TD nous avons prévu des exercices hors séries que les étudiants sont appelés à résoudre en classe (sans réflexion préliminaire à la maison). Alors que les séries sont distribuées à l'avance aux étudiants. Les étudiants sont appelés à travailler les séries à la maison et la correction se fait en classe.

- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 3, n° 1, p. 73-112.
- Chevallard, Y. (1992). Pour en finir avec une certaine phobie culturelle, *Science et Vie, numéro hors série à l'école : Les raisons du malaise*. septembre 1992, p. 60-69.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 19/2, p. 221-265.
- Coulanges, L. (2000). *Étude des pratiques du professeur du double point de vue écologique et économique, Cas de l'enseignement des systèmes d'équations et de la mise en équations en classe de troisième*. Thèse pour l'obtention du grade de docteur de l'Université J. Fourier – Grenoble 1, France.
- CRDP (1984). *Liaison mathématiques – économie. Quelques outils*. Grenoble : CRDP.
- De Lagarge, J. (1995). *Initiation à l'analyse des données*. Paris, Dunod.
- Dexchamps, Ph. (1988). *Cours de mathématiques pour économistes*. Manuel de 1^{er} cycle, Paris : Bordas.
- Dorier, J.-L. (1998). The role of formalism in the teaching of the theory of vector spaces. *In Linear Algebra and its Applications*, p. 141 – 160.
- Dorier, J.-L et Duc Jacquet, M. (1996). *Mathématiques pour l'économie et la gestion, collection mementos-fac*. Paris : Gualino éditeur.
- Dorier, J.-L. (1997b). *Recherches en didactique et en histoire des mathématiques sur l'algèbre linéaire – Perspective théorique sur leurs interactions*. Notes de synthèse pour obtenir le diplôme d'habilitation à diriger des recherches, Document interne.
- Dorier, J-L, Robert, A, Rogalski, M. (2003). Some comments on «The role of proof in Comprehending and Teaching Elementary Linear Algebra». *In Educational Studies in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- Dorier, J-L. (1995b). Meta level in the teaching of unifying and generalizing concepts in mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 29(2), 175-197.
- Dorier, J-L. (2005). *Mathematics in its relation to other disciplines some example related to economics and physic*.
- Dubinsky, E. (1992), «Reflective abstraction in advanced mathematical thinking». *In D. Tall (dir.), Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer academic Publishers, Dordrecht, p. 124.
- Duval, R. (1995). *Semiosis et Pensée Humaine. Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels*. Bern : Peter Lang.
- Gasquet, S., Chuzeville, R. (1994). *Fenêtre sur courbes. Une approche graphique de l'analyse mathématique*. CRDP de Grenoble.
- Guerrien, B. dir. (1992). *Mathématiques. Annales corrigées du DEUG de sciences économiques*, 1^{re} année. Paris : Dunod.
- Guilbaud, G. (1954), *Rapport de G. Th. Guilbaud*. Congrès des économistes, p. 9-51.
- Haj Ali N. (2003). Quelles mathématiques pour de futurs économistes? *In Mercier A. (dir.), Balises pour la didactique des mathématiques*. © 2004 – La Pensée Sauvage – Éditions – Imprimé en France.

- Haj Ali, N. (2004). Quel enseignement de mathématiques dans un cursus universitaire à dominante économique? *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2003* Édition CNP, 2004.
- Haj Ali, N. (2005). *Quelles mathématiques enseigner dans une école supérieure d'économie? Une étude de cas en Tunisie*. Thèse pour l'obtention du grade de docteur de l'Université Claude Bernard Lyon I et de l'Université de Tunis.
- Holton, D. (2001). *The teaching and learning of mathematics at university level*. An ICMI Study,
- Jallais, S. (2001). Mathématiques des modèles dynamiques pour économistes in *Repères*, n: 325, paris, Éditions la Découverte et Syros.
- Lauton M. (1994). *Enjeux et réalités de l'enseignement des mathématiques en IUT dans les départements de Gestion*. Le cas des mathématiques financières, Thèse pour l'obtention du grade de docteur de l'Université Denis Diderot – Paris 7.
- M'henni, H. et Guena, M. (1999). *Principes élémentaires de Microéconomie*. Iktissadyet, Tunis.
- Mongin, P. (2003), L'axiomatisation et les théories économiques. *Revue économique*, 54(1), Janvier 2003, p. 99-138. Retrived Août 29, 2006, from <http://ceco.polytechnique.fr/CHERCHEURS/MONGIN/PDF/Mongin-RE2003.pdf>.
- Mongin, P. (2004), L'axiomatisation et les théories économiques, réponses aux critiques. *Revue économique*, 55(1), Janvier 2004, p. 147-152. Retrived Août 29, 2006, from <http://ceco.polytechnique.fr/CHERCHEURS/MONGIN/PDF/Doc9.pdf>.
- Percheron, S. (1984), *Comptabilité nationale exercices*. Masson Éditeur.
- Poulalion, G. Pupion, G. (2002), *Les mathématiques de l'économiste. Cours, exercices corrigés*. Applications à l'analyse économique, Édition Vibert.
- Robert, A. (1992). Projets longs et ingénierie pour l'enseignement universitaire : questions de problématique et de méthodologie. Un exemple : un enseignement annuel de licence en formation continue. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(2/3), 181-220.
- Robert, A. (1997). Niveaux de conceptualisation et enseignement secondaire. In Dorier et al., *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question*. Grenoble : La pensée sauvage éditions.
- Robert, A. (1998). Outil d'analyse des contenus mathématiques enseignés au lycée et à l'université. État de l'art de la recherche en didactique des mathématiques à propos de l'enseignement de l'algèbre linéaire. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18(2), 191- 230.
- Schlachter, D. (2000). *Comprendre la formulation mathématique en économie*. Paris: Hachetelivre. Reed. 1990.
- Spalanzani, A-M. (2000). *Précis de mathématiques pour la gestion et l'économie. Exercices et corrigés*. Grenoble: Presses universitaires.
- Uhlig, F. (2002). The role of proof in Comprehending and Teaching Elementary Linear Algebra. In *Educational Studies in Mathematics 51*. Kluwer Academic Publishers. p. 185-191
- Uhlig, F. (2002b). A new unified, balanced, and conceptual approach to teaching linear algebra. In *Linear algebra an its applications*, vol. (Haifa Conference issue), 11 p.
- Von Mises L. (1939), *Les hypothèses de travail dans la science économique*, texte original paru (en français) dans: Cournot nella economica e nella filosofia. Padoue: Cedam, 17, p. 97- 122. Retrived Août 29, 2006, from <http://herve.dequengo.free.fr/Mises/Articles/HTSE.htm>

Pour joindre l'auteur

Najoua Haj Ali

École supérieure des Sciences économiques et commerciales (Tunisie)

Adresse : 4, Rue Abou Zakaria El Hafsi – Montfleury 1089 Tunis, Tunisie

Courriel

hajalinajoua@yahoo.fr