L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés

Actes du colloque emf 2006

L'enseignement des équations différentielles à l'interface mathématiques-physique dans l'enseignement secondaire français

Fernand Malonga Moungabio, *DIDIREM, Université Paris 7, France*
Denis Diderot, DIDASCO, Université Paris 11- Orsay, France

Résumé

Le programme actuel de mathématiques de la classe de terminale du lycée en France (2001) incite les professeurs de mathématiques et de physique à mener un travail conjoint pour introduire les équations différentielles. Dans cette optique, les équations différentielles prennent une place de premier plan, tant du point de vue de la part qui y est consacrée en physique que du point de vue de l'approche mathématique de la fonction exponentielle. C'est le statut d'outil qui est mis au premier plan. Par ailleurs, à la lumière du contenu des anciens programmes des mathématiques, les équations différentielles sont traitées comme objet mathématique, son caractère outil apparaît ensuite dans la partie application. Il en résulte un changement d'optique dans le traitement des équations différentielles. Cette nouvelle optique nécessite un dialogue entre les spécialistes des deux disciplines pour faire vivre cette pratique interdisciplinaire dans ce cas précis. Or il se trouve que, dans la réalité des classes, ce dialogue peu ou pas du tout, en raison de certaines contraintes institutionnelles. La problématique de cette étude est d'examiner le changement d'optique constaté à propos des équations différentielles et la viabilité de la synergie entre les mathématiques et la physique à leur sujet dans l'enseignement secondaire. Il se pose aussi un problème de formation d'enseignants (de mathématiques) qui abandonnent très vite l'étude de la physique. Notre présentation repose sur deux approches : une analyse des programmes scolaires de mathématiques et de physique et une enquête auprès d'enseignants de ces deux disciplines.

Introduction

L'histoire montre comment les champs scientifiques que sont aujourd'hui les mathématiques et la physique ont fait évoluer la science en se prêtant à un jeu d'échange dialectique. Elle demeure le témoin de la proximité des démarches entre mathématiciens et physiciens. La découverte au XVII[e] siècle et le développement des équations différentielles ont contribué à l'évolution des rapports entre les deux domaines. D'ailleurs, elles continuent d'occuper une place non négligeable dans le savoir savant, tant en mathématiques qu'en physique, en tant que lieu d'activités fondamentalement interdisciplinaires. De plus, dans les activités de modélisation actuelles, le recours aux traitements numériques (simulation) est devenu souvent incontournable (Trigeassou, 1988).

La pratique interdisciplinaire privilégiée de façon générale dans l'enseignement, se veut tout à la fois un reflet de ce qui se fait dans les activités des scientifiques et un facteur favorable à la construction du sens de la notion et à la prise de conscience de son intérêt à travers ses applications.

À cet égard, les programmes actuels des classes de terminales S (BOEN 2001) prennent un relief particulier puisque, certains savoirs ont fait l'objet, dans les documents d'accompagnement des programmes, d'un travail spécifique des groupes d'experts des programmes scolaires (GEPS) de physique, mathématique et sciences de la vie et de la Terre. En particulier, l'introduction des équations différentielles du premier ordre (en particulier au niveau de la modélisation des phénomènes dépendant du temps) et l'approche « numérique » de leurs solutions par la méthode d'Euler constituent les points « phares ».

Une première lecture des programmes successifs des mathématiques fait apparaître un véritable changement d'optique sur le statut des équations différentielles. Dans les anciens programmes, elles étaient introduites comme un objet d'étude mathématique et le caractère « outil » n'apparaissait qu'ensuite, dans le traitement des problèmes issus des sciences expérimentales. Les nouveaux programmes considèrent d'abord les équations différentielles comme un outil pour introduire la fonction exponentielle (en s'appuyant sur quelques phénomènes physiques comme la radioactivité), et ensuite seulement comme un objet mathématique qu'on étudie : l'aspect outil[1] précède donc celui d'objet (Douady 1986). Ce nouvel objet mathématique, introduit à propos d'un phénomène physique particulier va pouvoir servir pour étudier d'autres phénomènes physiques (comme la charge ou la décharge d'un condensateur). La continuité didactique [2] entre les mathématiques et la physique proclamée par les nouveaux programmes autour des équations différentielles apparaît comme exemple d'une interdisciplinarité, souvent prônée mais rarement mise en œuvre. L'enseignement des équations différentielles va en principe être pris en charge à la fois par les enseignements de mathématiques et de physique. L'hypothèse pédagogique est bien que ce jeu d'aller-retour, non seulement contribue à l'acquisition de connaissances et de méthodes par les élèves mais aussi les aide à comprendre ce que représente ce type de relation. Cependant, la concrétisation de ce projet, tant dans l'élaboration des manuels scolaires que dans les pratiques des enseignants, tous deux soumis à des contraintes fortes, n'est pas immédiate.

1. Problématique et cadres théoriques

La problématique de cette étude est celle du changement d'optique constaté à propos du traitement des équations différentielles en mathématiques et de la viabilité de la synergie entre les mathématiques et la physique à leur sujet, dans la classe de terminale scientifique. Aborder les questions de viabilité des relations entre les mathématiques et la physique à propos d'un objet de savoir (ici les équations différentielles), nous semble-t-il, impose une analyse écologique de cet objet de savoir[3].

1 « Par outil nous entendons son fonctionnement dans les divers problèmes qu'il permet de résoudre. Par objet, nous entendons l'objet culturel ayant sa place dans un édifice plus large qui est le savoir savant à un moment donné, reconnu socialement ». (Douady 1986, p. 9)

2 Nous appelons continuité didactique, une vision croisée entre deux ou plusieurs disciplines (scientifiques) conduisant les enseignants à mener un projet d'enseignement de façon collaborative et complémentaire.

3 Un travail voisin, portant sur les anciens programmes a fait l'objet d'une thèse récente : A. Saglam (2004).

Hypothèse

Nous faisons l'hypothèse que les raisons d'être de ce changement d'optique, qui est bien réel, sont à rechercher à la fois dans l'évolution de l'enseignement de la physique et dans le développement des nouvelles technologies. Ce renversement, nous le verrons, a beaucoup de mal à vivre dans la classe de terminale S et nous pensons que sa viabilité impose de modifier certaines contraintes d'ordre institutionnel, matériel ou didactique.

L'approche écologique des savoirs

Nous commencerons par analyser l'évolution diachronique des équations différentielles dans l'enseignement secondaire français et les raisons de leur viabilité (raison d'être), et pour cela nous nous plaçons dans le cadre théorique de l'écologie des savoirs (Rajoson, 1988 ; Chevallard, 1994). Les deux notions principales auxquelles nous ferons appel sont celles de besoin trophique et d'habitat.

Un point fondamental dans cette approche est en effet le fait de considérer qu'un objet de savoir ne peut « vivre « de manière isolée ; il est toujours en interrelation avec d'autres objets de savoir. Dans cette optique, Rajoson (1988, p. 135) développe l'idée de la loi du « tout structuré » : la viabilité d'un objet de savoir dépend d'autres objets, sans lesquels il n'a pas de raison d'être. En se servant des éléments de l'écologie des êtres vivants, Artaud introduit la notion de « besoin trophique » en didactique des mathématiques pour désigner les objets, mathématiques ou non, permettant la vie ou la survie d'un objet de savoir :

> *En ce qui concerne les objets mathématiques, il s'agit semblablement d'objets dont un objet mathématique donné a besoin pour vivre dans un écosystème considéré.* (Artaud, 1997, p. 112)

Cette notion de besoin trophique d'un objet de savoir, ajoute Michèle Artaud, est liée en écologie à celle de chaîne ou liaison trophique, c'est-à-dire un réseau formé par les objets qui conditionnent la viabilité de cet objet.

Pour caractériser la place occupée par les équations différentielles, nous sommes conduits à considérer la notion d'habitat relatif à un objet de savoir, au sens de Rajonson (1988, p. 135), c'est-à-dire les différents lieux où l'on pourra trouver cet objet et ceux avec lesquels il entre en association, ainsi que l'espace des problèmes dans lequel cet objet apparaît.

2. Quelle évolution des programmes ?

Sans remonter très loin dans le temps ni vouloir faire un travail historiographique sur la place des équations différentielles dans les programmes de mathématiques et de physique, il nous paraît intéressant de replacer la situation actuelle dans l'évolution récente des programmes.

2.1. Programmes des mathématiques

Rappelons que dans les programmes de 1960, les équations différentielles sont étudiées en algèbre dans le chapitre « Équations et inéquations » comme un objet[4] mathématique. Les liens avec la physique ne sont pas évoqués à leur sujet.

Dans les programmes de 1972, les équations différentielles apparaissent en Analyse, et de nouveaux types d'équations différentielles sont étudiées (voir tableau annexe 1). Elles ont toujours le statut d'objet mathématique, et ce malgré une volonté « timide », manifestée par les concepteurs de ce programme, d'élargir le champ mathématique à d'autres disciplines. Le statut outil des équations différentielles apparaît ensuite, pour résoudre des problèmes extra-mathématiques.

La contre réforme des années 1980 s'organise en réaction à la réforme des mathématiques modernes. Le programme des mathématiques mis en application en 1982 traite les équations différentielles en classe de terminales sections (séries) C, E et D. La nouvelle approche accorde une place plus large aux équations différentielles dans les programmes et les manuels. Nous pouvons noter cependant un changement d'habitat : elles sont introduites en Analyse comme objet mathématique et font partie du chapitre « Calcul intégral ». Le souci d'un enseignement scientifique interdisciplinaire apparaît clairement (MEN, 1982, p. 100)

Au début des années 1990, la nécessité de développer une approche interdisciplinaire de l'enseignement des sciences s'accentue. Les mots clés deviennent « interaction » et « modèle ». (CNRS, 1990 et 1993 ; Kahane, 1996). Mais les équations différentielles restent introduites comme objet mathématique.

Dans le programme publié en 1998, l'étude des équations différentielles limite aux équations « sans second membre » $y' = ay$ et $y'' + \omega^2 y = 0$. L'équation $y'' + ay' + by = 0$ disparaît donc du programme, et ce à un moment où la relation mathématiques/physique prend de plus en plus d'importance en terminale.

Dans le nouveau programme des mathématiques de 2001 (BO, 2001a), l'intention de « décloisonner » les mathématiques et la physique s'est agrandie et est exprimée de manière explicite dans le document d'accompagnement des programmes (CNDP, 2001, p. 32). Mais pour autant, c'est celui qui étudie moins d'équations différentielles (en nombre de types différents). Un seul type y apparaît en effet : les équations différentielles du premier ordre de type $y' = ay + b$ où a et b sont des réels.

La justification de l'étude des équations différentielles dans le programme des mathématiques semble être leur utilité en physique. Elles deviennent un objet d'enseignement emblématique, susceptible de concrétiser ce souci de regard croisé des deux disciplines sur un même objet.

Ce choix didactique consistant à traiter les équations différentielles simultanément en mathématique et en physique induit d'autres choix d'ordre épistémologique qui se traduisent par un changement d'optique sur leur traitement. En effet, depuis les programmes de mathématiques de 1960, c'est la

4 « Par outil nous entendons son fonctionnement dans les divers problèmes qu'il permet de résoudre. Par objet, nous entendons l'objet culturel ayant sa place dans un édifice plus large qui est le savoir savant à un moment donné, reconnu socialement ». (Douady, 1986, p. 9)

première fois que les équations différentielles sont introduites comme outil et choisies pour satisfaire un objectif du programme : « montrer la puissance des mathématiques pour la modélisation ».

L'équation différentielle y'=y (avec y(0) =1), permet en mathématiques d'introduire la fonction exponentielle à travers des situations concrètes. Le programme (BO, 2001a, p. 69) signale que ce travail se fera très tôt dans l'année car il est central dans le programme de mathématiques et de physique. L'objet mathématique « équation différentielle » est ensuite traité à partir des propriétés de la fonction exponentielle.

2.2. Programmes de physique

Il est intéressant de noter que dans les anciens programmes de physique l'expression « équation différentielle » n'apparaît qu'à l'occasion de l'étude des oscillations (mécaniques puis électriques) et donc, n'était associée qu'à une équation du second ordre.

Le programme de 1995 mettait même l'accent sur cet aspect en incluant un chapitre spécifique intitulé « un même modèle pour différents oscillateurs », le mot « modèle » renvoyant ici à l'équation différentielle générique. La relation avec les mathématiques était alors très ténue, le « physicien » se contentant de dire que l'équation du type $\ddot{x}+\omega^2 x = 0$ admet une solution de la forme $x = X_m \cos(\omega_0 t - \varphi)$ sans qu'à aucun moment le caractère fonctionnel de cette équation soit explicité et sans qu'une analyse de sa signification guide vers la solution. L'obtention de cette équation était l'étape à atteindre, à partir de laquelle il suffisait de dire « cette équation admet une solution de la forme… » après quoi, la prise en compte des conditions expérimentales permettait de fixer les constantes d'intégration.

À ce titre, les programmes de physique publiés en 2001 (BO, 2001b) font apparaître une double nouveauté : l'introduction des équations du premier ordre et de leur résolution mathématique explicite (en liaison avec le programme de mathématiques) et l'introduction de la méthode d'Euler comme méthode de base du traitement informatique des équations différentielles. Le changement est d'importance puisque le programme propose l'étude de la radioactivité comme exemple-type permettant l'introduction de l'exponentielle, et par ailleurs, place en fin de programme la mécanique newtonienne, l'étude des mouvements pouvant alors se faire via la manipulation d'équations différentielles.

L'introduction de la méthode d'Euler comme méthode de base du traitement informatique des équations différentielles, vue conjointement en mathématiques et en physique, est concrétisée par l'utilisation des outils informatisés (calculatrice ou ordinateur) (BO, 2001b, p. 74).

Ainsi, les équations différentielles acquièrent en physique un statut plus conforme à leur définition. La situation des équations différentielles du second ordre reste toutefois très secondaire. D'une part, pour ce qui concerne les oscillateurs (électriques et mécaniques) d'équations différentielles, le programme se contente de donner la forme de leurs solutions.

D'autre part, l'équation relative à la chute libre, du type $\ddot{z} = g$ bien que présentée comme telle – « Résolution analytique de l'équation différentielle du mouvement ; importance des conditions initiales » – et n'étant pas prise en compte dans le programme de mathématiques, est traitée dans la plupart des manuels selon la méthode classique consistant à faire une double intégration, oubliant sans justification et sans mise en relation le fait qu'il s'agit d'une équation différentielle.

2.3. Synthèse

Dans les anciens programmes de mathématiques (avant 2001), les équations différentielles se trouvaient toujours au bout de chaînes trophiques constituées essentiellement par les fonctions (exponentielle, logarithme, trigonométriques), la dérivée, les nombres complexes.

Dans le programme actuel, leur évolution et leur traitement se font dans le sens d'une ouverture de l'enseignement des mathématiques à d'autres disciplines. C'est dans cet esprit que l'on peut circonscrire l'évolution des programmes de physique. Cette mise en synergie des programmes de physique et de mathématiques autour de l'équation différentielle se limite toutefois au premier ordre. De plus, on peut s'interroger sur la réalité de la continuité didactique ainsi théoriquement mise en place. En classe de physique, et a fortiori à l'épreuve du baccalauréat, il ne s'agit d'évaluer que des connaissances de mathématiques, et inversement. De sorte que, en l'absence d'un travail spécifique des deux enseignants d'une même classe, il est clair que les exercices de physique doivent fournir la solution mathématique des équations différentielles établies, tandis que les exercices de mathématiques s'appuyant sur des phénomènes physiques fournissent nécessairement l'équation physico-mathématique correspondant à la modélisation du système.

C'est ainsi que nous avons été amenés à nous intéresser, à la façon dont les enseignants de mathématiques et de physique prennent en compte, et si possible gèrent en collaboration, cette continuité didactique.

3. Quelles pratiques des enseignants ?

Dans cette partie nous indiquons quelques éléments d'étude portant sur la façon dont les enseignants de physique et de mathématiques perçoivent la place donnée aux équations différentielles, à l'interdisciplinarité et à l'utilisation de l'informatique.

3.1. Conception du questionnaire : le point de vue des enseignants

Nous avons conçu un questionnaire (voir annexe 1) visant à connaître comment est actuellement perçue, par les enseignants eux-mêmes, la place des équations différentielles et leur rôle dans la relation mathématiques/physique.

L'objectif des trois premières questions est de savoir si les pratiques sur l'enseignement des équations différentielles des « anciens » enseignants (ayant connu les programmes avant 2001 comme anciens élèves ou comme enseignants), sont conformes à l'organisation proposée actuellement et, avec quel degré de liberté.

L'actuel programme de mathématiques mentionne que les enseignants de mathématiques doivent traiter les équations différentielles en relation avec l'enseignement de la physique. Nous avons été amenés à interroger les enseignants à travers la question 4, pour savoir si ce choix didactique leur convient ou non.

La question 5 vise à connaître le point de vue des enseignants sur l'importance d'un enseignement portant sur les équations différentielles dans la formation scientifique générale du lycée.

Les trois dernières questions sont centrées sur l'utilisation des nouvelles technologies de l'enseignement et de la communication. L'objectif était de cerner l'impact des outils informatisés dans l'enseignement et l'apprentissage des équations différentielles.

3.2. Résultats

Le dépouillement a été effectué sur un échantillon de 60 enseignants dont 30 de physique et 30 de mathématiques.

3.1.1. L'organisation et la gestion des orientations du programme

La plupart des enseignants de mathématiques (26 sur 30) traitent les équations différentielles en début d'année scolaire, comme le demande le programme (raison institutionnelle). Une autre raison évoquée est « la cohérence avec l'enseignement de physique ».

3.1.2. La méthode d'Euler

Les réponses à la question 3 révèlent une grande disparité sur le temps consacré à la méthode d'Euler. En physique, sur les 30 enseignants interrogés, 8 ne la traitent pas, 10 y consacrent moins d'une heure et le reste (c'est-à-dire 12) y passe entre 1 heure et 4 heures.

Ces disparités apparaissent aussi en mathématiques, mais dans des proportions inversées. En effet, la plupart des enseignants de mathématiques (18 sur 30) ne traitent pas la méthode d'Euler. « C'est une méthode qui, non seulement exige quelques compétences informatiques, mais ne fait pas l'objet d'une évaluation au baccalauréat », pensent certains enseignants.

3.1.3. Le point de vue des enseignants sur l'articulation actuelle

A la question 4, sur la primauté de traitement des équations différentielles entre les deux disciplines, les enseignants de mathématiques interrogés pensent en majorité (21 sur 30) qu'il est préférable de traiter les équations différentielles en mathématiques d'abord plutôt que l'inverse. Les raisons sont multiples : économie de temps, efficacité dans les applications en physique et ailleurs. Le point de vue qui se dégage de cette catégorie d'enseignants est que « les mathématiques sont un outil pour la physique. Il serait préférable de bien comprendre l'outil mathématique d'abord pour mieux appréhender les phénomènes physiques ». Ce point de vue n'est pas dans l'esprit des nouveaux programmes des mathématiques et de physique.

Pourtant, cet état d'esprit constaté en mathématiques se retrouve chez certains enseignants de physique qui affirment, eux aussi, que les mathématiques constituent un « outil efficace de la physique ». Parmi ces enseignants, nous en comptons 16 qui, en outre, pensent qu'il vaut mieux commencer l'enseignement et l'apprentissage des équations différentielles en mathématiques. La raison majoritairement invoquée est la suivante : « l'élève est d'autant plus rassuré de retrouver un savoir mathématique quand celui-ci a déjà été abordé en cours de mathématiques ».

Conformément aux instructions du nouveau programme des mathématiques prônant une approche interdisciplinaire (mathématiques/physique/SVT) à propos de l'enseignement des équations différentielles, un certain nombre d'enseignants (5 en mathématiques et 9 en physique) privilégient une approche conjointe, et deux enseignants de mathématiques estiment qu'il importe peu de commencer en physique ou mathématiques.

Aucun enseignant de mathématiques ne voit de pertinence à enseigner les équations différentielles en physique avant qu'elles ne soient abordées en mathématiques, tandis que 5 enseignants de physique estiment qu'il faudrait revenir à un enseignement de la physique plus pragmatique et pas trop « mathématisé ».

La question 5 demande aux enseignants des deux disciplines s'ils ont mis en œuvre un travail conjoint avec leur collègue de l'autre discipline à propos des équations différentielles.

En physique, 18 enseignants ont répondu par l'affirmative, tout en reconnaissant qu'il n'est pas toujours facile d'accorder les points de vue des deux enseignants. Quand cela est possible, « c'est très bénéfique pour les élèves », affirment certains. Selon eux, le travail collaboratif permet d'harmoniser les notations, d'organiser les progressions, de se questionner et de tenter d'apporter une réponse aux difficultés rencontrées par les élèves, de préparer des situations communes pouvant être traitées dans les deux disciplines. 12 enseignants ont répondu par la négative, même si 9 d'entre eux seraient en principe favorables à un travail collaboratif. Mais ils pensent que le dialogue est impossible à cause de la rigueur « mathématique » imposée par leurs collègues de mathématiques qui, en outre, ne veulent pas modifier leur progression.

En mathématiques, la majorité (19 enseignants) répondent « non », indiquant pour la plupart qu'ils sont favorables à un travail avec leur collègue physique et que ce serait intéressant pour leurs élèves, mais qu'ils ne le font pas pour des raisons institutionnelles, dont l'absence de temps prévu pour ces échanges, qui exige des enseignants de chaque discipline qu'ils aménagent leur emploi du temps.

3.2.4. Les nouvelles technologies de l'enseignement et de la communication

Signalons que, tous les enseignants de physique utilisent ordinateur et/ou calculatrice pour le traitement des équations différentielles, ce qui n'est pas encore le cas chez les enseignants de mathématiques. Sur la question de savoir si les outils informatisés constituent une aide ou une difficulté pour l'élève et pour l'enseignant, la configuration des réponses est la même pour les enseignants des deux disciplines.

Ainsi, 20 enseignants de mathématiques, et 23 de physique, pensent que les moyens informatisés constituent une aide pour l'enseignant. Ils y voient principalement trois raisons :

- Technologique : rapidité du traitement des données qui fait gagner du temps et permet de multiplier des exemples.
- Pédagogique : échange de fichiers entre l'enseignant et ses élèves.
- Didactique : dans le traitement de la méthode d'Euler, les outils informatisés permettent la construction des courbes approchées de la fonction solution, mettant en évidence l'importance du choix du pas de calcul.

Cependant 10 enseignants de mathématiques et 7 de physique pensent que ces outils peuvent constituer une difficulté supplémentaire pour l'élève et pour l'enseignant, dans le sens où leur utilisation impose, outre une maîtrise des connaissances (mathématiques ou physique), une familiarité avec les logiciels utilisés. Beaucoup d'enseignants ne sont pas à l'aise avec les ordinateurs ou les calculatrices car n'ayant pas reçu une formation spécifique ou n'étant satisfaits de la formation continue proposée sur l'usage des environnements informatiques. Pour les élèves, ils pensent que le risque est de les voir intéressés plus par l'ordinateur que par l'objet d'apprentissage.

Mais, au-delà de ces difficultés possibles ou réelles, tous les enseignants de mathématiques interrogés (30) et la plupart des enseignants de physique (27) pensent que l'approche informatisée est légitime et pertinente dans l'enseignement secondaire, et qu'elle favorise un enseignement interdisciplinaire.

3.3. Conclusion et perspectives

Il ressort de cette analyse un constat de réduction progressive des contenus notionnels sur les équations différentielles dans l'enseignement des mathématiques depuis 40 ans. Le programme actuel de mathématiques (2001) n'étudie plus les équations différentielles du second ordre. Le seul type d'équation étudiée est celle de la forme y' = ay + b, où a et b sont des réels donnés.

En revanche, on constate de plus en plus une émergence des situations de modélisation, nécessitant une prise en compte, dans le cours de mathématiques, de nouvelles compétences (informatique, physique).

Au regard des résultats de l'analyse des entretiens et du questionnaire mené en direction des enseignants des deux disciplines, nous pensons qu'il est possible d'envisager un enseignement conjoint mathématiques et physique sur les équations différentielles allant au-delà de la simple coordination de collègues (Gavaland M. et Mesmin A., 2006). L'analyse (en cours) des manuels scolaires vient en effet conforter notre point de vue. L'approche que nous préconisons impose de modifier quelques contraintes, didactiques et institutionnelles. C'est dans ce sens que nous pensons améliorer le rapport personnel (Chevallard, 1985) des élèves aux équations différentielles, et ainsi élargir leur cadre personnel de rationalité (Lerouge, 1992, 2000 ; Malafosse, 1999).

3.3.1. Contraintes institutionnelles et matérielles

Il faudrait que soit prévu, dans l'emploi du temps des enseignants de chaque discipline, un créneau horaire destiné à la concertation pour décider de certains choix (notations, découpage temporel, répartition de rôle, etc.). Dans les travaux (dirigés ou pratiques) apparaissent des activités de modélisation. Celles qui font appel aux environnements informatiques nécessitent une maîtrise des logiciels utilisés, ainsi que d'autres compétences scientifiques que celles imposées par la discipline.

3.3.2. Contraintes didactiques

La classe de terminale S n'est peut-être pas celle où « vivrait » de façon idéale une vraie continuité didactique entre les mathématiques et la physique, d'une part, à cause de l'état des connaissances des élèves en analyse et, d'autre part ,des contraintes liées à l'examen de fin d'année. Nous croyons cependant que, compte tenu des spécificités de chaque discipline, et sans sacrifier la logique propre à chacune d'elles, il est possible de mettre en place un cours de mathématiques sur les équations différentielles qui prend en compte à la fois des éléments de l'analyse (global/local, approximation/erreur, dérivée/primitive, etc.) et qui se proposerait de donner du sens à la modélisation. La charge de l'enseignant de physique serait de préparer les élèves à la découverte et à l'utilisation des connaissances de physique en mathématique.

Actuellement, dans le cadre de notre thèse (en cours), nous avons mis en place une ingénierie didactique tenant compte des contraintes que nous venons d'évoquer et qui sera mise en œuvre dès la prochaine rentrée scolaire.

Références

Artaud M (1997) : *La problématique écologique – un style d'approche didactique*, Actes de l'école d'été de didactique de mathématiques, Houlgate, 19-27 août 1997.

Artigue M (1992) : *Une recherche d'ingénierie didactique sur l'enseignement des équations différentielles en premier cycle universitaire*, Cahier du séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique de Grenoble, édition IMAG, p. 183-209.

Artigue M. (1996) : Réformes et contre-réforme dans l'enseignement de l'analyse au lycée (1902-1994). *In* Belhoste et al (dir.), *Les sciences au lycée*. INRP, p. 198-217.

Beaufils D. (1991) : *Ordinateur outil de laboratoire dans l'enseignement des sciences physiques, propositions pour la construction d'activités, première analyse des difficultés et des compétences requises chez les élèves de lycée*. Thèse : Université Paris 7.

Beaufils D., (1993) : L'ordinateur outil d'investigation scientifique au lycée : propositions et implications didactiques, *Didaskalia*, n° 1, p. 123-130.

Beaufils D. et Richoux H. (1996) : *Intégration de l'ordinateur outil d'investigation scientifique dans l'enseignement des sciences physiques au lycée*, Paris : INRP, Coll. Documents et travaux de recherche en éducation, n° 20, p. 130.

BO (2001a). *Programme de mathématiques de la classe de terminale scientifique*, Bulletin officiel de l'éducation nationale, n° 4 hors-série 7. http://www.education.gouv.fr/bo/2000/hs7/vol5mathinfo.htm ; ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edutel/bo/2001/hs4/maths2.pdf

BO (2001b). *Programme de mathématiques de la classe de terminale scientifique*, Bulletin officiel de l'éducation nationale, n° hors-série 4 http://www.education.gouv.fr/bo/2001/hs4/sciences.htm#physchim ; ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edutel/bo/2001/hs4/physchim.pdf

Chevallard Y (1994) : Les processus de transposition didactique et leur théorisation. *In* G. Arsac et al. (dir.), *La transposition didactique à l'épreuve* : La Pensée Sauvage, Grenoble.

Chevallard Y. (1999) : L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherche en didactique des mathématiques*. Vol. *19* (2), p. 221 266.

Douady R (1986) : jeux des cadres et dialectique outil-objet. *Recherche en didactique de mathématiques*. Vol. *7* (2), p. 5-31.

Douady R (1992) : Des rapports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM*. Vol.° *6*, p. 132- 158.

Gavaland M. et Mesmin A. (2005) : Harmonisation et cohérence d'une approche bi-disciplinaire maths-physique en classe de terminale scientifique (partie 1), *Bulletin de l'Union des Physiciens*, n° 879, p. 1205-1218.

Gavaland M. et Mesmin A. (2006) : Harmonisation et cohérence d'une approche bi-disciplinaire maths-physique en classe de terminale scientifique (partie 2), *Bulletin de l'Union des Physiciens*, n° 880, p. 47-62.

Kuntz G.(2002) : Équations différentielles : la perte de sens n'est pas sans risque. *Repères IREM*. Vol. 46, p. 107-114.

Kahane JP (1996) : Les mathématiques, hier et aujourd'hui. *In* Belhoste et al. (dir.), *Les sciences au lycée*. INRP, p. 93.

Lerouge A. (1992) : *Représentation cartésienne, rationalité mathématique et rationalité du quotidien chez des élèves de collège*. Thèse de doctorat. Montpellier : Université de Montpellier II.

Lerouge A. (2000) : la notion de cadre de rationalité à propos de la droite au collège, *Recherche en didactique des mathématiques*, vol. *20* (2), p. 171- 208.

Malafosse D. (1999) : *Contribution à la modélisation et à l'analyse des processus de conceptualisation en inter-didactique des mathématiques et de la physique : exemple de la loi d'Ohm*. Thèse de doctorat. Montpellier : Université de Montpellier II.

Malafousse D., Lerouge A et Dusseau J.-M. (2001) : Étude en interdisciplinarité des mathématiques et de la physique de l'acquisition de la loi d'Ohm au collège : changement de cadre de rationalité, revue *Didaskalia* n° 18, p. 61- 98.

Malafosse D. et Lerouge A. (2000) : Ruptures et continuités entre physique et mathématique à propos de la caractéristique des dipôles électriques linéaires. *Aster* n° 30, p. 65-85.

Parzsys B. (2005) : Commentaires de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public. *In Les mathématiques dans le monde scientifique contemporain* (édit. TECetDOC). Académie des sciences. Rapport sur la science et la technologie n° 20. p. 299. Paris.

Rajonson L (1988) : *L'analyser écologique des conditions et des contraintes dans l'étude des phénomènes de transposition didactique : trois études de cas*. Thèse de troisième cycle : Université d'Aix-Marseille II.Saglam A. (2004) : *Les Équations Différentielles en Mathématiques et en Physique*. Thèse : Université Joseph Fourier.

Trigeassou J.-Cl. (1988) : *Recherche de modèles expérimentaux assistée par ordinateur*, Paris : Tec et Doc, Lavoisier.

Pour joindre l'auteur

Fernand Malonga Moungabio
DIDIREM, Université Paris 7
Adresse postale : 169 Cours de la Libération, 38100 Grenoble
Courriel : malonga@math.jusieu.fr

Annexe 1
Questionnaire (enseignants)

1. Indiquez la (les) période(s) au cours de laquelle (desquelles) vous avez enseigné en terminale scientifique.

1960-1970 ☐ 1970-1980 ☐ 1980-1990 ☐ 1990-2000 ☐ 2000-2003 ☐

2. a) À quel (s) moment(s) de l'année traitez-vous actuellement les équations différentielles ?

Sept/Oct ☐ Nov/Déc ☐ Janv/Fev. ☐
Mars/Avr ☐ Mai/Juin ☐ Autre ☐ Préciser ....

b) Quelles sont vos raisons ?

Raisons institutionnelles ☐
Organisation personnelle ☐
Cohérence avec d'autres enseignements ☐
Autres raisons : ....

3. Combien de temps (en heures) consacrez – vous à la méthode d'Euler ?
Cours ....
TD et/ou TP
Exercices

4. Pensez-vous qu'il est préférable d'aborder les équations différentielles en cours de mathématiques avant leur utilisation en physique, ou bien l'inverse ?

Mathématiques d'abord ☐
Sciences physiques d'abord ☐
Simultanément ☐
Indépendamment ☐
Pour quelle (s) raison(s) ?

5. Vous arrive-t-il de collaborer avec les enseignants de physiques ?

Oui ☐ Non ☐
Si oui, à quelle occasion ?

6. Utilisez-vous la notion d'équation différentielle pour aborder d'autres notions ?

Oui ☐ Non ☐
Si oui, lesquelles ?

7. Quelle est, selon vous, l'importance d'un enseignement portant sur les équations différentielles dans une formation scientifique générale du secondaire ?

Sans intérêt ☐ Peu important ☐
Assez important ☐ Très important ☐

8. Utilisez-vous des moyens informatiques lorsque vous traitez des équations différentielles ?

Oui ☐ Non ☐
Si oui, lesquels ?

Calculatrice ☐
Ordinateur ☐
Précisez sur un ou deux exemple (s)

9. Les moyens informatisés permettent a priori une nouvelle approche et/ou un nouveau regard sur les équations différentielles. Pensez-vous que ceci constitue plutôt une aide ou plutôt une difficulté supplémentaire ?

Pour l'enseignant Aide ☐ Difficultés ☐
Pour l'élève Aide ☐ Difficultés ☐

10. L'introduction des approches informatisées vous paraît-elle pertinente/légitime sur le plan scientifique ?

Oui ☐ Non ☐
Pour quelle(s) raison(s) ?

Annexe 2
Tableau synoptique sur l'évolution des ED en mathématiques

Période	Type d'équations différentielles	Habitat	Cadre d'étude	Lien avec la physique
1960-1970	y' = ay y' = p(x) y" = p(x) $y'' + \omega^2 y = 0$	- Équations et inéquations	- Algèbre	- Quasi-absent
1970-1980	y' = ay y' = p(x) y" = p(x) $y'' + \omega^2 y = 0$ y" + ay' + by= f(x)	- Espace vectoriel - Calcul différentiel et intégral	- Algèbre - Analyse	- Mécanique - Électricité
1980-1990	*Ibid.*	- Calcul différentiel et intégral	- Algèbre - Analyse	- Mécanique - Électricité
1990-1998 1998-2001	*Ibid.* y' = ay $y'' - \omega^2 y = 0$ $y'' + \omega^2 y = 0$	- Calcul différentiel et intégral - Fonctions trigonométriques - Fonction exponentielle	- Algèbre - Analyse	- modélisation - électricité - mécanique
2001-2005	y'= ay +b	- Fonction exponentielle - Suites numériques	- Calcul numérique - Analyse	- Modélisation (situations de) - Radioactivité - Électricité - Mécanique

Annexe 3

Tableau synoptique de physique présentant les types d'équations différentielles traitées

Période	Type d'équations différentielles. Et solution.	
1966	$\alpha'' = -\omega^2 \alpha$ sol : $\alpha = \alpha_m \sin(\omega t + \varphi)$	
1979	$m\ddot{x} + kx = 0$	sol : $x = X_m \cos(\omega_0 t - \varphi)$
	$m\ddot{x} + k\dot{x} + kx = 0$	pas de résolution
	$J\ddot{\theta} = \sum M_\Delta$	
	$L\ddot{q} + \frac{q}{c} = 0$	sol : $q = Q_m \cos(\omega_0 t - \varphi)$
1983	*Ibid.*	
1989	$m\ddot{x} + kx = 0$	sol : $x = X_m \cos(\omega_0 t - \varphi)$
	$L\ddot{q} + \frac{q}{c} = 0$	sol : $q = Q_m \cos(\omega_0 t - \varphi)$
1995	$x'' - \omega_0^2 x = 0$	sol : $x = X_m \cos(\omega_0 t - \varphi)$; x est une grandeur « quelconque »
	$x'' + Ax' + \omega^2 x = 0$	(sans solution)
2002	$\Delta N = -\lambda N \Delta t \quad N = N_{0e}{}^{-\lambda t}$.	
	$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = 0$	sol : $u_C(t) = Ae^{-mt} + B$
	$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = \frac{E}{\tau}$	sol : $u_C(t) = Ae^{-mt} + B$
	$m\frac{dv}{dt} = (m - m_{fluide})g - f(v)$	sol : $v = C_1 e^{-\alpha t} + C_2$
	$LC\frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0$	sol : $u_C(t) = A\cos(2\pi \frac{t}{T_0} + \phi)$
	$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x$	sol : x = xm cos $(2\pi \frac{t}{T_0} + \Phi_0)$