

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :  
enjeux et perspectives pour leur enseignement  
et leur apprentissage

espace mathématique francophone  
Alger : 10-14 Octobre 2015



## ARTICULATIONS, DIALECTIQUES ET INTERACTIONS ENTRE MATHÉMATIQUES ET DIDACTIQUE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES: ORIGINES ET ÉTATS DU DOMAINE D'ÉTUDE ET DE RECHERCHE

Compte-rendu du Groupe de Travail n°1

Lalina COULANGE\* – Christine DEL NOTARO\*\* – Jérôme PROULX\*\*\*

### I. INTRODUCTION

Le thème de ce groupe de travail était relativement nouveau. L'articulation des connaissances mathématiques et didactiques avait certes été au cœur du travail du GT1 d'EMF 2012 mais uniquement dans sa dimension liée la formation mathématique des enseignants (Clivaz, Proulx & Sangaré, 2012). Il nous est apparu intéressant d'adopter dans le cadre de ce nouvel EMF 2015 une perspective plus ouverte sur les articulations, les dialectiques et les interactions entre mathématiques et didactiques, qui ne soit pas uniquement relative à des problématiques de formation d'enseignants, et qui soit à même de problématiser des questions épistémologiques sur le domaine de recherche en didactique des mathématiques, sur sa genèse et/ou ses évolutions.

Un total de 9h de travail suivant 5 séances ont permis à un petit groupe de participants (d'une dizaine de personnes sur la première séance) de travailler dans un esprit collaboratif. La première plage de travail a été consacrée à une relecture (par binôme) de textes et à une élaboration de questions aux communicants dont ils pouvaient se saisir lors de leurs présentations. Ce dispositif de travail de questions a semble-t-il été globalement apprécié par les participants et/ou les communicants (qui ont vraiment joué le jeu de participer à rédiger des questions et/ou d'apporter des éléments de réponse aux questions posées à l'occasion de leurs présentations). Cinq présentations de travaux ont ensuite été faites sur la base des communications acceptées dans le groupe de travail. Si on a pu regretter que les participants aient été assez peu nombreux, la diversité des profils représentés dans ce petit groupe de travail (7 didacticiens, 2 mathématiciens, 1 historienne) ont permis des échanges

---

\* Université de Bordeaux et ESPE d'Aquitaine – France – lalina.coulange@espe-aquitaine.fr

\*\* Université de Genève – Suisse – christine.delnotaro@unige.ch

\*\*\* Université du Québec à Montréal – Canada – proulx.jerome@uqam.ca

particulièrement riches en réaction aux présentations et/ou plus généralement sur la thématique annoncée du GT1.

## II. L'APPEL DE TEXTES INITIAL ET SA REALISATION

La question de l'articulation entre mathématiques et didactique nous semblait pouvoir intéresser la communauté internationale de didactique des mathématiques (mais aussi d'autres chercheurs, tels des mathématiciens et des historiens des mathématiques). Trois axes de travail complémentaires ont été projetés en amont de ce groupe.

Le premier axe très large concernait la nature de la didactique des mathématiques (son origine, sa source, son émergence, ses contextes institutionnels, etc.). En plus d'offrir un point de vue épistémologique sur ce champ d'étude et de recherche, pour mieux saisir son (ou ses) identité(s), cette entrée quelque peu historico-culturelle avait pour but de discuter les interactions entre didactique des mathématiques et mathématiques et le rôle de ces interactions dans l'émergence du champ de recherche didactique. Le deuxième axe abordait la question de la didactique des mathématiques « aujourd'hui », soit sa nature, ses intentions, ses enjeux et ses orientations contemporaines. Ce deuxième axe concernait également les interactions entre des dimensions mathématiques et didactiques dans les travaux de recherche actuels en didactique des mathématiques. Le troisième axe (davantage en continuité du GT1 de EMF 2012) abordait la question des incidences des interactions entre mathématiques et didactique des mathématiques pour la formation des enseignants.

Dans les faits, les contributions qui ont nourri le travail du groupe ne s'inscrivent pas de manière explicite dans un axe donné. Quatre communications se situent davantage à l'articulation des axes 1 et 2 (sur l'épistémologie et les évolutions du champ de recherche en didactique), tout en recouvrant une diversité d'apports.

La contribution de Mopondi & al. se centre *a priori* sur un objet de savoir mathématique précis (les équations) à enseigner au niveau du secondaire : la présentation a offert l'occasion d'échanger sur des descriptions possibles didactiques et/ou mathématiques de cet objet, et même plus généralement du thème d'étude afférent (l'algèbre). Qu'est-ce qui caractérise l'algèbre et/ou les savoirs algébriques selon différents points de vue : en didactique, en mathématiques et/ou en histoire des mathématiques ?

Les contributions d'Artigue et de Dorier se situent toutes deux à une autre échelle (plus macro-didactique), avec un point de vue davantage surplombant. La communication de Dorier questionne les relations possibles entre l'épistémologie des mathématiques, les mathématiques et certains des courants fondateurs théoriques de la didactique des mathématiques (ce qui a permis de revenir aux « origines du champ didactique »). La présentation a permis d'ouvrir sur des échanges pour de nouvelles articulations possibles. Celles-ci pourraient prendre appui sur l'actualité des recherches en histoire des mathématiques qui tend à rapprocher ce champ de recherche davantage de la didactique (avec des études en histoire des mathématiques à même de nourrir une étude en didactique et/ou inversement) du fait de questions de recherche communes dans l'étude du développement des connaissances mathématiques ou des conditions de leur développement (sociétales ou institutionnelles).

La communication d'Artigue retrace un historique éclairant des configurations et reconfigurations des paysages des communautés de recherche en didactique et en mathématiques. Sa présentation a permis d'ouvrir sur la possibilité d'envisager de nouvelles relations entre les mathématiques et la didactique des mathématiques qui tiendraient compte des évolutions des recherches (en didactique, en mathématiques, en histoire des

mathématiques). Il s'agit d'investir des recherches sur des objets communs qui occasionnent des pratiques partagées de mathématiciens, d'historiens des mathématiques et de didacticiens et qui permettent d'expérimenter la valeur ajoutée des complémentarités de ces champs de recherche. Par exemple, des questions liées à la popularisation et/ou la vulgarisation des mathématiques, à l'enseignement ou l'apprentissage des mathématiques dans la transition lycée – université (y compris dans des filières non scientifiques) peuvent représenter des thématiques de recherche porteuses dans ce sens. Pour que de telles pratiques collaboratives voient le jour, la communauté des chercheurs didacticiens doit veiller à renforcer la communication de ses travaux de recherche à l'extérieur du seul champ de la didactique des mathématiques.

Deux communications s'inscrivent davantage dans le troisième axe thématique annoncé. Les communications de Coulange & Robert et de Deruaz & Buenzli renouvellent des questions abordées dans le GT1 précédent en envisageant sous un jour nouveau les relations entre les mathématiques et la formation des enseignants du primaire et du secondaire. Elles ont permis aux participants du groupe de formuler des questions communes au regard des contextes différents de formation évoqués de formation initiale d'enseignants du secondaire et du primaire. La réflexion théorique engagée dans la contribution de Coulange & Robert et le dispositif de formation initiale élaboré et mis en œuvre dans Deruaz & Buenzli reposent sur un pari commun : celui d'un enrichissement réciproque entre mathématiques et didactique des mathématiques dans la formation. La didactique fournit ainsi des outils à la fois théoriques et méthodologiques à même de fonder des dialectiques productives entre les mathématiques et la didactique dans la formation des futurs enseignants du primaire ou du secondaire. Les discussions qui ont suivi les présentations ont porté sur ce qui pouvait fonder de tels cercles vertueux et, par là-même, de conforter la part des mathématiques dans l'activité enseignante.

### III. AU FIL DES ECHANGES...

Il serait difficile de retracer les échanges particulièrement riches dans le cadre de ce « petit » groupe de travail. Toutefois, nous pouvons citer quelques-unes des questions qui se sont posées « au fil des échanges » et qui illustrent selon nous la richesse des discussions au sein du GT :

- L'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre : en quoi les situations de dénombrement et/ou géométriques peuvent-elles constituer des « bons objets » pour le développement des connaissances algébriques (à la fois d'un point de vue historique et didactique) ? En quoi le « retournement » de formules algébriques, qui convoque le caractère réversible de certaines opérations numériques, représente-t-il un saut conceptuel dans l'activité mathématique ? Comment caractériser les relations entre les opérations (comme la multiplication) et des lois de composition externes ou internes, des dimensions d'espaces vectoriels, et ce, à la fois d'un point de vue mathématique et didactique ?
- L'évolution des pratiques sociales ou mathématiciennes des mathématiques : par exemple en géométrie, comment prendre en compte des changements probables de pratiques sociales d'appréhension et de modélisation de l'espace ? Comment prendre en charge ces évolutions des pratiques mathématiques ou mathématiciennes dans la recherche en mathématiques et en didactique des mathématiques ?
- Les pratiques enseignantes et la formation des enseignants : en quoi des éléments relatifs aux différents raisonnements mathématiques et à la mise en forme de ces raisonnements peuvent-ils se constituer en obstacle dans l'activité enseignante (avec

des phénomènes de tension entre la « forme » et le « fond » au sein de la classe de mathématiques) ? Quelles sont les conditions nécessaires (voire suffisantes) pour une formation initiale (ou continue) d'enseignants à même de conforter ou de renforcer la part mathématique des pratiques enseignantes ?

#### IV. CONCLUSIONS : PERSPECTIVES POUR UN FUTUR ESPACE DE TRAVAIL COLLABORATIF

Ce groupe de travail nous a semblé très attendu au sein d'un colloque tel que EMF 2015, qui offre la possibilité de temps de travaux communs pour les chercheurs didacticiens, historiens ou mathématiciens, formateurs ou enseignants de mathématiques. Malgré un petit nombre de participants, il a de fait permis des échanges très intéressants et prometteurs que nous avons essayé de retracer brièvement ci-avant. Pour autant, au regard du projet ambitieux que recouvrait l'appel à contribution, on peut en retirer l'impression qu'on « l'attend toujours »...

L'intérêt du travail conduit lors des différentes séances a résidé, en partie, dans les croisements de points de vue entre didacticiens, mathématiciens et historiens des mathématiques sur des objets d'étude possiblement partagés. Plus qu'un espace visant à interroger les articulations entre mathématiques et didactique dans le champ de recherche en didactique des mathématiques, ou pour interroger l'épistémologie de ce champ, c'est peut-être un espace de travail plus ouvert et collaboratif entre les différentes communautés de recherche (en mathématiques, en didactique et en histoire des mathématiques, voire en philosophie des sciences) qu'il s'agit de projeter pour le prochain colloque d'EMF. Les participants du groupe semblaient converger sur ce point. Toutefois, un tel espace de travail partagé ne prend pas nécessairement la forme d'un GT avec appel à communication, du fait de l'absence de travaux de recherche centrés à ce jour sur de telles questions. Cela semble nécessiter d'identifier en amont des chercheurs didacticiens, mathématiciens, historiens ou philosophes potentiellement intéressés et se situant déjà soit de par des premiers travaux collaboratifs, soit de par leurs engagements (par exemple, au sein d'associations) à la croisée de différents champs de recherche en lien avec les mathématiques et leur diffusion, et à même d'impulser ou de coordonner ce type de collaborations. Ces regards croisés peuvent davantage prendre la forme d'une table ronde ou d'un projet spécial, avec un travail à mener en amont pour poser les jalons d'une discussion à venir sur cette thématique, dans le contexte de l'Espace Mathématique Francophone. Une enquête préalable visant à renseigner les collaborations existantes à ce jour ou permettant d'identifier des axes communs de recherche à la croisée de ces différents champs de recherche peut également constituer une voie intéressante. Précisons, enfin, que rien n'empêche en parallèle de ce travail collaboratif de projeter un Groupe de Travail qui se situe davantage en continuité des précédents GT1 : sur l'articulation des connaissances mathématiques et didactiques des enseignants dans les pratiques enseignantes et dans leur formation.

### LISTE DES CONTRIBUTIONS

- Artigue, M. : Didactique des mathématiques et mathématiques : des relations à la fois cruciales et problématiques, culturellement situées.
- Coulanges, L., Robert, A. : Les mathématiques dans les activités du professeur – conséquences pour la formation.

- Deruaz, M., Buenzli, L-O. : L'utilisation des degrés de certitude comme outil de professionnalisation en formation des maîtres du premier degré.
- Dorier, J-L. : Dimensions épistémologique de la didactique des mathématiques.
- Hategekimana Luanda, E. : De la contextualisation à la décontextualisation des connaissances mathématiques en milieu scolaire.
- Mopondi Bendeko Mbunbu, A., Moleka Batumbi, O., Mugaru Dawa, B.: Évolution de l'enseignement de la notion d'équation en République Démocratique du Congo : établissement de la capitale Kinshasa

## REFERENCES

- Artigue M., Douady R. (1986) Histoire de la didactique des mathématiques en France. *Revue française de pédagogie* 76, 69-88.
- Bednarz N. (2001) Didactique des mathématiques et formation des enseignants : le cas de l'Université du Québec à Montréal. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies* 1(1), 61- 80.
- Bloch I. (1997) Connaissances mathématiques de l'enseignant pour l'enseignement. *Petit x*, 45, 5-24, IREM de Grenoble.
- Bulf C., Coulange L. (2012) Usages de la théorie des situations didactiques dans la formation en mathématiques de futurs professeurs des écoles. In Elalouf M., Robert A., Belhadjin A., Bishop M.-F. (Eds.), *Les didactiques en question(s), Etat des lieux et perspectives pour la recherche et la formation*. De Boeck, Coll. Perspectives en éducation et formation.
- Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. Didactique des mathématiques 1970-1990. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brun J. (1994) Evolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques. *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Chevallard Y. (1981) *La Transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La pensée Sauvage.
- Clivaz S. (2011) *Des mathématiques pour enseigner : analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire*. Thèse de doctorat, Université de Genève.
- Clivaz S, Proulx J., Mamadou S. S. (2012). Synthèse du GT#1 – Articulation des connaissances mathématiques et didactiques pour l'enseignement : pratiques et formation. In *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone (EMF2012)*. Genève, Suisse. <http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012>
- Conne F. (1992) Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. *Didactique des mathématiques*. Delachaux et Niestlé, Lausanne, Paris, 1996.
- Del Notaro C. (2013) Colloque *Circulation des savoirs entre recherche et formation* - IUFM de Saint-Germain-en-Laye, 29-30 mai 2013 « Quelle circulation des savoirs entre une tâche issue de la recherche et son application en formation initiale ? »
- Houdement C. (2013) *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherches en didactique des mathématiques*. Note de synthèse en vue de l'Habilitation à Diriger des Recherches. Paris Diderot.
- [tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/95/71/66/PDF/Houdement\\_hdr.pdf](http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/95/71/66/PDF/Houdement_hdr.pdf)
- Martinand J.-L. (1993) Organisation et mise en oeuvre des contenus d'enseignement. *Actes de colloque Recherches en didactiques: contribution à la formation des maîtres, 13-15 février 1992* (pp. 25-26). Paris: Éditions Jacques Colomb.
- Moon B. (1986) *The 'new maths' curriculum controversy: An international story*. London : Falmer Press.

- Proulx J., Corriveau C., Squalli H. (2012) *Formation mathématique pour l'enseignement des mathématiques. Pratiques, orientations et recherches*. Presses de l'Université du Québec.
- Proulx J. (2012) De l'existence de mathématiques de la didactique : Réflexions sur l'articulation entre mathématique et didactique. *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF-2012*. Genève, Suisse : EMF.
- Proulx J. (2013) *De la didactique des mathématiques au Québec : entretiens avec ses bâtisseurs*. Québec : Presses de l'Université du Québec.
- Sierpiska A. (2002) Perspectives sur les recherches en didactique des mathématiques. *ZDM: The international journal on mathematics education* 34(4), 164-174.
- Sierpiska A., Kilpatrick J. (1992) *Mathematics education as a research domain : in search for identity*. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, Netherlands.