

## **Étude didactique des forums de questions mathématiques comme un « système auxiliaire » technologique**

Abdulkadir Erdogan, DIDIREM, Université Paris 7, France



### **Résumé**

*Les forums de discussion, spontanément apparus avec le développement du réseau d'Internet, se présentent aujourd'hui comme des moyens de communication et d'échange intéressants et témoignent à ce titre d'un effet incontournable des développements récents dans le domaine de la nouvelle technologie sur l'enseignement et l'apprentissage. Dans ce travail, nous nous intéressons aux forums de questions-réponses relatives aux mathématiques scolaires et proposons une première analyse de leur fonctionnement, leurs potentialités mais aussi des contraintes auxquelles ils sont soumis afin de les situer dans une problématique didactique.*

### **Introduction**

L'expansion rapide des réseaux d'Internet depuis une dizaine d'années et son accessibilité croissante pour une très grande majorité de la population dans la plupart des pays du monde font que certains usages de l'Internet deviennent de plus en plus un phénomène social. Dans ce contexte, les forums de questions-réponses qui touchent aujourd'hui de nombreux domaines de la vie quotidienne et professionnelle révèlent d'une manière originale l'existence de certains phénomènes, jusque-là uniquement soupçonnés. Parmi ceux-ci, les forums qui sont conçus pour aider au travail scolaire des élèves en répondant à des questions qu'ils y posent attirent toute notre attention parce qu'ils semblent devenir aujourd'hui un espace didactique et un espace où on peut observer des phénomènes didactiques directement liés aux conditions de transmission du savoir au sein des institutions scolaires.

Mais de quel(s) phénomène(s) s'agit-il exactement ? Le phénomène didactique principal que l'observation de certains forums nous a permis d'identifier est celui de l'existence d'un besoin d'accompagnement (Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni, 2000) et d'aide à l'étude (Chevallard, 2002) que ressentent de nombreux élèves dans la réalisation du travail personnel qui leur est demandé dans le cadre des exercices scolaires et des devoirs à la maison. En nous intéressant aux questions posées par les élèves sur certains forums, les plus accessibles et les plus représentatifs, nous nous sommes demandé quelle pouvait être la source de ce besoin et quelle aide pouvait donner les forums. Ce fut l'objet de notre mémoire de DEA (Erdogan, 2001). Dans le cadre de ce travail, au bout d'une année d'observation des échanges passés sur ces forums, nous avons d'abord procédé à la classification des questions en vue d'identifier les types de besoin qu'elles expriment et nous avons tenté de définir le contrat didactique qui sous-tendait les échanges sur ces forums entre celui qui étudie et pose une question et celui qui apporte une aide à l'étude en répondant à cette question. Dans un second temps, nous nous sommes intéressés aux contenus mathématiques des messages afin de déterminer certaines sources de difficulté pour les élèves dans la réalisation de leurs enjeux.

Si ce premier abord des forums relatifs aux mathématiques scolaires, que nous appellerons désormais les forums de questions mathématiques, nous a permis de repenser le travail d'étude attendu des élèves, il ne les traitait pas comme des dispositifs technologiques particuliers, pouvant être intégrés dans une problématique didactique.

Le présent travail, tout en s'articulant autour du besoin d'aide à l'étude ainsi identifié qui nous conduit à considérer les forums comme des systèmes didactiques auxiliaires (Chevallard, 1992, 1995 ; Félix, 2002), propose une analyse de leur fonctionnement du point de vue des opportunités qu'ils offrent mais aussi des contraintes auxquelles ils sont soumis de par sa nature informatique, afin de rendre compte les conditions nécessaires sous lesquelles ils peuvent contribuer au processus d'enseignement/apprentissage.

## **2. Les forums de questions mathématiques comme un dispositif technologique particulier**

Nous savons que les possibilités offertes par Internet au processus didactique ne sont pas limitées aux forums. Une simple recherche permet de se rendre compte aujourd'hui de la diversité des dispositifs mis en place allant des cours classiques aux exercices interactifs, en passant par des dictionnaires en ligne, des logiciels de dessin et d'expérimentation. Si la recherche a déjà montré que les cours conçus pour un enseignement classique doivent être fondamentalement remaniés pour être adaptés aux nouvelles technologies et que la simple conversion du cours sur support papier en support informatique ne permet pas d'en exploiter tous les avantages (Kaye, 1994), sont quasi inexistantes les travaux qui se sont intéressés aux nouveaux dispositifs, tels que les forums, pour poser la question de leur intégration dans une problématique didactique. Pourtant, les forums ont des caractéristiques bien particulières qui les distinguent des autres dispositifs que l'on trouve actuellement sur Internet. D'abord, ils sont capables de permettre les interactions entre une personne qui pose une question et une personne qui répond. En plus cette interaction s'appuie directement sur la satisfaction d'une demande, d'un besoin en information, alors que les dispositifs cités ci-dessus semblent privés de cette potentialité et par conséquent, leur éventuelle réussite semble dépendre en grande partie de la capacité d'une personne à chercher, à trouver et à interpréter l'information dont elle a besoin. Par ailleurs, cette interaction se déroule sous forme d'un message écrit, ce qui permet aux auteurs de cette interaction d'avoir une trace écrite.

Même si cette interaction particulière et les modalités de la trace écrite qu'elle permet de produire doivent être étudiées du point de vue des contraintes liées à la nature informatique de ces dispositifs, nous pouvons d'ores et déjà dire qu'en proposant un espace d'échange et de discussion, loin des contraintes de l'institution scolaire, ce sont ces caractéristiques bien particulières des forums qui semblent permettre aux élèves d'y manifester leur besoin d'aide en mathématiques ainsi identifié. Nous allons y revenir après avoir présenté les forums qui ont fait l'objet de notre observation.

### *2.1. Des caractéristiques générales des forums de questions mathématiques*

Tenus souvent par des associations éducatives, les forums en question sont d'abord des espaces d'échange ouverts à tout le monde. Sans abonnement, et parfois sans inscription, toute personne qui le souhaite peut aller sur ces forums, poser une question et répondre à une question déjà posée. Leur fonctionnement est majoritairement assuré par une charte de bonne conduite. Les respon-

sables des forums affirment avoir le droit de supprimer tout message qui ne convient pas aux objectifs du forum, et il est signalé sur certains forums que les messages sont systématiquement contrôlés avant d'être envoyés sur le forum. Pour envoyer un message, il suffit d'écrire le message dans l'endroit indiqué, en choisissant également un «pseudo». Pour répondre à un message, il faut cliquer l'endroit figurant sous le message où est marqué souvent «répondre à ce message». Les questions et les réponses sont également accessibles à une troisième personne sans aucune formalité, ce qui permet à un large public de discuter, partager et étudier les mathématiques. Mais comme il n'est pas obligatoire de préciser son métier ou ses occupations, l'identification du niveau mathématique de la personne qui prend en charge la réponse est souvent difficile ainsi que ses expériences personnelles et professionnelles qui fondent le contenu de son message. Par contre une identification du niveau mathématique de celui qui pose une question est souvent possible, soit à partir du contenu de son message, soit à partir du titre que celui-ci choisit pour son message.

Pour mieux comprendre le phénomène qu'ils représentent et les questions didactiques dont ils dépendent, il nous semble important d'étudier deux forums qui nous paraissent les plus accessibles et les plus représentatifs au moment de notre précédent travail.

## 2.2. *Le forum Cyberpapy*<sup>1</sup>

Ouvert en 1997 avec le soutien de la Fondation Boulanger, le site de *Cyberpapy* se compose des forums d'une dizaine de disciplines scolaires et prétend être le premier site du soutien scolaire «gratuit».

En se projetant à l'établissement d'un espace d'échange entre les élèves et les gens susceptibles de les aider, l'objectif principal du forum est présenté comme étant une aide pédagogique, visant surtout les élèves dits «en situation de difficulté scolaire» :

*Ce site Web a pour vocation de proposer un outil de dialogue, de solidarité dans l'univers de l'éducation et de la formation. Il est destiné à offrir un nouveau concept éducatif en complément des cursus traditionnels. Il s'agit de mettre en place un soutien scolaire intergénérationnel. Le site se propose, gratuitement, de mettre en relation des juniors avides de connaissances ou en situation de difficulté scolaire, avec des seniors disponibles, capables de les aider à organiser leur travail et de leur transmettre leur savoir en pédagogie. Palliant une forme de déshumanisation engendrée par l'outil informatique, ce parrainage éducatif apparaît comme un véritable pont entre les générations en dehors de la structure familiale.*

Avec la mise en place récente d'un système de soutien particulier, s'appuyant sur le recrutement des professeurs, le forum semble aussi viser une meilleure préparation des élèves à l'épreuve du baccalauréat. Ce soutien est surtout censé répondre à un besoin en méthode de travail, d'organisation et de compréhension.

Marqué par le nombre important des questions posées par les élèves de collège et ceux des premières classes de lycée, le site donne les chiffres suivants concernant son succès : «300 000 aides aux devoirs depuis sa création, 50 000 visites par mois, 5 000 questions/réponses par mois, 90 % des questions obtiennent une réponse.»

---

1 <<http://www.cyberpapy.com/>>.

### 2.3. Le forum Intermaths<sup>2</sup>

Créé également en 1997, *Intermaths* fait partie de l'association des élèves de l'École Polytechnique. Il reçoit majoritairement des questions posées par les élèves des dernières années de lycée et par les étudiants des premières années universitaires. Les réponses semblent souvent rédigées par un certain nombre de personnes, probablement diplômées de cette école. L'objectif du forum – qui est d'apporter une aide à la fois en mathématiques et en physique – ainsi que certaines règles à respecter sont précisés dans la page d'accueil :

*Tu es bloqué(e) sur un exo de maths ? Tu ne sais pas dans quel sens le moteur va tourner ? Tu n'arrives pas à trouver le pH de la solution ? N'hésite pas, pose ta question sur le FORUM. Les X, et d'autres, sont là pour te répondre !*

*Cette page a pour but d'aider les élèves dans leurs devoirs et leurs leçons, principalement en sciences (Maths, Physique, Chimie, etc.), mais aussi les autres matières. Pour poser tes questions, utilise le FORUM. Tes questions apparaîtront dans la page elle-même [...]*

De cette courte présentation, nous pouvons d'abord déduire que les forums de questions mathématiques rendent visible un phénomène social. Puisqu'il s'agit d'une part, des forums ouverts à tous ceux qui cherchent une réponse à une question, qui demandent une aide pour un problème rencontré dans la vie scolaire ou professionnelle. D'autre part, il s'agit d'un espace pour ceux qui s'intéressent aux mathématiques et aimeraient répondre à des questions diverses par un souci didactique ou tout simplement pour ne pas oublier tout ce qui était appris il y a longtemps. Autrement dit, il est possible de parler de deux dimensions bien distinguées des forums. Une dimension «proposant» qui est relative à un besoin d'apprendre et une dimension «répondant» qui se caractérise par une intention de satisfaire ce besoin.

### 3. Le cadre problématique des forums de questions mathématiques

La dimension sociale ci-dessus des forums implique en effet une assertion fortement didactique. Avec une interprétation s'inscrivant dans le cadre de l'approche anthropologique du didactique, nous pouvons dire que l'apprentissage scolaire est un processus qui s'appuie d'une part sur une intention d'enseigner, d'autre part sur une intention d'apprendre autour d'un objet de savoir (Mercier, 1992). En permettant les interactions entre une personne qui pose une question, montrant par conséquent une intention d'apprendre et une personne qui tente de répondre à ce besoin et montrant une intention d'enseigner, se crée alors un système didactique (Chevallard, 1992, 1995)<sup>3</sup>. Autrement dit, même si les forums ne sont pas directement attachés au système d'enseignement, en satisfaisant les deux conditions du processus d'apprentissage, ils apparaissent en tant que système didactique auxiliaire où des apprentissages liés aux apprentissages scolaires peuvent effectivement avoir lieu (Félix, 2002).

---

2 <<http://www.polytechnique.fr/eleves/binets/intermaths/>>.

3 Un système didactique comporte ou moins un sujet qui vient occuper une position d'enseignant et un sujet qui vient occuper une position d'élève, autour d'un objet appartenant à l'ensemble des enjeux didactiques pour l'institution. Mais l'existence d'un système didactique suppose un système d'enseignement qui construit «un environnement systémique, dont le rôle est essentiellement de créer tout un ensemble de conditions nécessaires à l'existence du système didactique» Chevallard (1992, p. 97).

Et pourtant, le besoin d'aide fortement exprimé par les élèves pour la réalisation des devoirs à la maison et des exercices scolaires donnait à croire que leurs questions n'étaient pas considérées par les élèves comme relatives à quelque chose à comprendre puis à apprendre, mais plutôt comme portant sur quelque chose à faire. Plus exactement, elles leur apparaissent comme des tâches dont il convient de s'acquitter. Par ailleurs, une simple observation des réponses montrait qu'elles étaient faites sur-le-champ, sans aucune interrogation sur la question, ni sur des éventuelles difficultés que l'élève pourrait rencontrer s'il se mettait à en étudier le contenu. Nous avons ainsi identifié le fonctionnement des forums comme un système régi par un contrat faiblement didactique dont les caractéristiques ont été décrites par Brousseau (1995).

*L'émetteur accepte d'organiser son message en fonction de certaines caractéristiques « théoriques » de son interlocuteur. Il assume certaines responsabilités quant au contenu de ce message, mais aucune quant à ses effets sur le récepteur, même s'il est conscient de modifier son système de décision.*

De la même manière ;

*[...] L'émetteur répond à une demande du récepteur pour une utilisation qu'il ignore, il y a contrôle constant de la compétence de l'émetteur mais pas de celle du récepteur. L'émetteur ne sait pas s'il est vraiment compris, ni même reçu, si le récepteur ne manifeste aucune réaction.*

Tout ceci a en effet débouché sur des questions importantes que nous nous sommes posé sans prétendre d'y répondre. Quelle est la véritable culture de l'étude dans les classes de mathématiques ? Quelles sont les représentations des élèves vis-à-vis de l'étude ? Comment l'institution – classe fonctionne-t-elle pour engendrer un tel besoin d'aide à l'étude ?

Dans un second temps, conscient des limites d'un diagnostic sans une analyse approfondie des questions posées et sans identifier les démarches de résolution attendues, nous nous sommes interrogé sur les enjeux mathématiques et didactiques des situations d'étude afin d'identifier des sources de difficulté possibles pour les élèves. Cela nous a permis de repenser la nature du travail attendu des élèves et les réelles possibilités des élèves vis-à-vis de ce travail<sup>4</sup>. Pour ne pas alourdir ici la lecture du texte, nous préférons donner dans l'annexe trois situations d'étude proposées par les élèves ainsi qu'une brève analyse des difficultés éventuelles.

Quel discours devrait tenir un accompagnant de l'étude pour s'expliquer par exemple de l'utilisation de la notation fonctionnelle pour désigner l'objet à factoriser, de l'usage de crayons de couleur pour exprimer l'intersection de deux intervalles ou pour étudier la question de l'unicité du barycentre de trois points et ses usages ? Comment un élève peut-il comprendre ces questions sans aide, à partir du travail qui lui est demandé ? (voir annexe)

Alors, même si nous considérons les forums comme un système didactique auxiliaire par le fait qu'ils prennent en charge le besoin d'aide exprimé par les élèves, la satisfaction de ce besoin par les forums eux-mêmes pose des problèmes difficiles. Quelques-uns de ces problèmes sont issus du système d'enseignement, d'autres appartiennent aux systèmes didactiques principaux que sont

---

4 C'est cette dimension du travail des élèves qui se trouve aujourd'hui à l'origine de notre thèse, bientôt disponible : «Le diagnostic de l'aide à l'étude, en mathématiques : analyse didactique des difficultés relatives à l'algèbre et aux fonctions en Seconde».

les classes ordinaires. Surtout, le paradoxe connu du contrat didactique «Tout ce qu'il [le maître] entreprend pour faire produire par l'élève les comportements qu'il attend, tend à priver ce dernier des conditions nécessaires à la compréhension et à l'apprentissage de la notion visée : si le maître dit ce qu'il veut, il ne peut plus l'obtenir.» (Brousseau, 1998) qui pèse plus fortement encore sur l'interaction auxiliaire, semble devenir la problématique fondamentale dans le cas des forums :

Comment une personne qui vient répondre aux questions posées par les élèves sur Internet – qui peut difficilement être tenue responsable du rôle didactique de son message – se comporte-elle pour fournir une aide sans que la responsabilité de l'élève dans l'exécution de sa tâche ne soit déniée, enlevant à celle-ci sa fonction majeure de désignation d'un enjeu didactique défini dans le système principal. Peut-on définir a priori comment répondre ? Existe-t-il un critère en vertu duquel une réponse du type «qu'as-tu déjà trouvé» serait préférable à une réponse qui développe complètement la démarche attendue ?

La production d'une réponse à ces questions suppose sans doute que l'on prenne en compte plusieurs facteurs et qu'on mette en place un système d'interprétation pertinent. Ce qui est sans doute hors de la portée du présent travail. Cependant, il nous semble possible d'élaborer quelques pistes à travers les moyens d'actions dont disposent actuellement les forums. À cet effet, nous allons d'abord étudier l'évolution de ces forums (Cyberpapy et Intermaths), en comparant leur fonctionnement actuel à celui qu'ils avaient il y a quatre ans. Ensuite, nous allons nous intéresser aux contraintes de nature informatique auxquelles sont soumises les interactions sur ces forums, ainsi que le travail des auteurs de ces interactions.

#### **4. L'évolution des forums**

Dans notre précédent travail (Erdogan, 2001), en analysant les questions et les réponses venues en un seul jour sur ces deux forums, nous étions arrivés aux résultats suivants :

La plupart des questions avaient été posées sans aucun commentaire : l'élève qui pose une question n'expliquait pas en quoi il avait des difficultés, ce qu'il avait fait pour résoudre, ce qu'il proposait comme démarche de résolution etc. Certaines questions étaient très longues et composées de plusieurs questions n'ayant parfois aucune relation entre elles. D'autre part, une simple observation des réponses montrait qu'elles étaient données sans se préoccuper du rôle didactique du travail de l'élève. Dans certaines réponses, toute la démarche à suivre était expliquée, dans certaines d'autres, une solution complète de la question avait été rédigée, en ignorant ainsi l'importance d'une stratégie de résolution que l'élève était censé chercher et mettre en œuvre pour apprendre. En outre, les échanges se composaient souvent d'une question et d'une réponse bien qu'elles contenaient parfois des ambiguïtés. Autrement dit, il manquait considérablement les interactions nécessaires entre le «proposant» et le «répondant» qui assureraient l'identification du vrai besoin et la préparation d'une réponse adaptée à ce besoin, alors que, comme on l'a souligné plus haut, c'est la possibilité d'interaction qui distingue les forums d'autres dispositifs d'enseignement proposés sur Internet.

Ce fonctionnement faiblement didactique des forums ne semble pas longtemps laissé indifférents les responsables des forums. Certaines mesures semblent aujourd'hui avoir été prises. Par exemple, il existe une évolution dans la charte de Intermaths et le Cyberpapy dispose désormais d'une fiche de méthode sur la préparation d'un devoir pour chaque discipline qu'il traite.

Mais l'évolution des forums au cours de ces 4 dernières années ne se limite pas aux lignes générales d'un contrat didactique. Les interactions spécifiques entre les élèves et les «répondant» semblent aussi évoluées. Nous constatons en particulier une évolution nette dans la manière dont les questions sont posées et dont les réponses sont prises en charge. Sans faire ici une étude approfondie, nous pouvons dire que la plupart des questions ne sont plus posées à l'image d'un énoncé mathématique. Leurs auteurs semblent désormais accorder une attention particulière à la transmission de leur vrai besoin et être à la recherche des informations précises, susceptibles de les aider efficacement. L'attitude d'expliquer les difficultés rencontrées, de soumettre la résolution effectuée semble aussi avoir déjà commencé. Les répondants se montrent de plus en plus didactiques et semblent avoir conscience du rôle didactique du travail à la charge des élèves. Le recul nécessaire avant toute tentative de réponse apparaît désormais comme faisant partie de la culture didactique et pédagogique des répondants. Les responsables des forums, quant à eux, ne semblent plus hésiter à réagir sur les questions et les réponses. Certaines réponses complètes sont, de ce fait, localement supprimées et leurs auteurs sont parfois appelés à les revoir. Tout ceci nous permet d'affirmer que les forums sont aujourd'hui en une constante évolution, correspondant à la recherche d'une meilleure satisfaction du besoin didactique qui était celui d'une aide au travail personnel des élèves.

Cette évolution des forums s'accompagne aussi de la mise en place de quelques moyens informatiques, indispensables à un bon fonctionnement : la constitution d'une base de données, un moteur de recherche thématique, la répartition des sujets par niveau etc. Cependant, certains problèmes liés aux développements des moyens informatiques semblent perdurer comme un obstacle à une meilleure communication. C'est ce que nous allons étudier ci-dessous.

## **5. Des contraintes liées à la nature informatique du dispositif**

Comme nous l'avons précisé tout au début, la spécificité des forums par rapport à d'autres outils informatiques réside dans le fait qu'il s'agit d'interaction entre humaines et non pas d'interaction humaine – machine et que cette interaction est conçue pour exprimer un besoin précis en information afin d'obtenir une réponse satisfaisante. Ce qui est en effet une démarche assez ancienne dans la culture savante. Comme le rapporte Adrien Baillet (1692) dans l'ouvrage «Vie de Monsieur Descartes», il était longtemps l'usage de proposer un problème de mathématiques par voie d'affiche pour en demander la solution aux savants. Les forums de questions mathématiques sur Internet accélèrent donc ce processus d'échange de questions-réponses, en les rendant accessibles à une large population, mais rencontrent en même temps des contraintes liées à la nature informatique de ces dispositifs. Nous en étudierons celles qui sont susceptibles d'influencer le contenu des messages et leurs compréhensions par les auteurs des interactions.

Les forums permettent d'avoir une trace écrite de l'activité mathématique menée par une personne, ce qui est sans doute un avantage non négligeable. Elle permet au destinataire du message et à d'autres personnes consultant les messages de pouvoir suivre, par exemple, les différentes étapes de la mise en œuvre d'une praxéologie (Chevallard, 1999) autour d'une tâche bien précise. Mais la production de cette trace écrite est soumise aux contraintes informatiques propres à la rédaction d'un texte mathématique. Nous savons que la rédaction d'un texte mathématique sur l'ordinateur nécessite le recours à des éditeurs spécifiques et la rapidité de cette rédaction dépend fortement de la maîtrise de leur usage. Ce problème s'accroît davantage dans le cas des forums puisqu'il

n'est pas possible d'éditer un texte mathématique sur l'environnement informatique offert par les forums selon le symbolisme usuel des mathématiques, parce que les forums ne disposent pas actuellement d'un traitement de texte adapté à cet effet. L'usage d'un éditeur de texte spécifique, intégré par quelques forums, ne s'avère pas non plus la solution la plus adéquate. Car, au-delà de la lenteur de la rédaction et de la maîtrise qu'elle requiert, il faut ensuite enregistrer le texte sous format d'image, ensuite le transférer en tant que document attaché, ou utiliser la fonction copier-coller suivant le logiciel. Par ailleurs, nous avons observé que ces éditeurs n'étaient presque jamais servis, sans doute du fait des problèmes ergonomiques ci-dessus.

Par conséquent, nous constatons aujourd'hui sur ces forums une écriture sans convention des ostensifs mathématiques. Bien que certains forums aient déjà précisé une convention sur les écritures possibles des notations et formules mathématiques avec la combinaison des différentes touches du clavier, le respect de cette convention reste très marginal.

Par ailleurs, il n'est pas possible non plus d'insérer le graphe d'une fonction ou de joindre une figure à un énoncé de géométrie. Ceci demande aujourd'hui, d'abord le recours à des logiciels spécifiques, ensuite l'usage de la fonction – document attaché.

Notons que la rédaction d'un message, sans un éditeur pratique et adéquat peut s'avérer dans certains cas une tâche difficile, coûteuse en temps et en effort. Ce qui pourrait avoir une influence sur le vrai texte que son auteur voudrait écrire, notamment pour des explications et des réponses longues. En plus, si ce manque de convention sur les écritures et notations mathématiques et la difficulté d'insérer une figure géométrique ou un graphique posent parfois des problèmes à la lisibilité et à la compréhension des messages, il nous semble qu'ils peuvent également affecter l'activité mathématique elle-même et les apprentissages qu'elle produit :

Les travaux en didactique des mathématiques ont déjà montré la dimension ostensive de l'activité mathématique (Bosch et Chevallard, 1999)<sup>5</sup> et le rôle joué par les différents registres de représentation sémiotique dans l'acquisition d'un même concept mathématique (Duval, 1996)<sup>6</sup>. Ses travaux s'accordent sur le fait que le symbolisme mathématique et les notations sont à la fois porteurs de

5 Bosch et Chevallard distinguent deux types d'objets dans l'activité mathématique : les objets ostensifs sont « des objets ayant une nature sensible, une certaine matérialité, et qui, de ce fait acquièrent pour le sujet humain une réalité perceptible. Les objets non ostensifs sont alors tous ces « objets » qui, comme les idées, les intuitions ou les concepts existent institutionnellement. » Ce qui différencie les objets ostensifs des objets non ostensifs, c'est leur caractère d'être manipulable par le sujet humain. « Par exemple, la notation et le mot « logarithme » sont des objets ostensifs. En revanche la notion de logarithme est un objet non ostensif qu'il n'est pas possible de manipuler au sens précédent. » Ainsi ces deux auteurs écrivent ; « la mise en œuvre d'une technique se traduit par une manipulation d'ostensifs réglée par des non-ostensifs. Les ostensifs constituent la partie perceptible de l'activité, c'est-à-dire ce qui, dans la réalisation de la tâche, se donne à voir, aussi bien à l'observateur qu'aux acteurs eux-mêmes ».

6 Selon Duval, le fonctionnement cognitif de la pensée est inséparable de l'existence d'une diversité de registres sémiotiques de représentation, et il est nécessaire, dans une activité mathématique de mobiliser plusieurs registres de représentation sémiotique ou de choisir un registre plutôt que l'autre. « Ce recours à plusieurs registres, explique-t-il, semble même une condition nécessaire pour que les objets ne soient pas confondus avec leurs représentations et qu'ils puissent aussi être reconnus dans chacune de leurs représentations. ». A noter aussi que seuls des systèmes sémiotiques permettant les trois activités cognitives fondamentales (la formation d'une représentation identifiable, le traitement dans le même registre et la conversion) sont considérés par l'auteur comme des registres de représentation sémiotique.



sens et un instrument qui permet de mettre en œuvre des praxéologies pertinentes pour accomplir certaines tâches. Suivant Bosch et Chevillard, il est possible de dire que les organisations praxéologiques se donnent à voir à travers les ostensifs qui composent les tâches, techniques, technologies et théories, et ce travail avec les ostensifs doit être à la fois efficace, lisible et intelligible pour donner aux ostensifs leurs valeurs instrumentale et sémiotique. Ces deux auteurs montrent également dans le même article que le simple remplacement d'un ostensif par un autre, sans modification apparente de la praxéologie initiale, peut bouleverser complètement l'évolution de l'activité, aussi bien au niveau technique qu'au plan des technologies et des théories.

Par ailleurs l'absence de certains registres sémiotiques, tels que le graphique et la figure géométrique, en limitant la mobilisation de plusieurs registres dans une même activité, est susceptible d'appauvrir l'activité mathématique.

Ces deux contraintes liées à la nature informatique de ces dispositifs, à savoir l'écriture des ostensifs et l'absence de certains registres font que certains ostensifs et registres se convertissent, ou apparaissent uniquement sous la forme d'un registre langagier, ce qui leur enlève leur substance puisque le langage seul ne permet pas d'opérer et d'acquérir le sens.

## **6. Conclusion**

Dans cet article, en considérant les forums de questions mathématiques comme un dispositif technologique particulier, nous avons tenté d'élaborer une problématique susceptible d'apporter des réponses aux questions que soulève leur intégration à l'enseignement des mathématiques. Nous avons vu que malgré les avantages qu'ils offrent par rapport à d'autres dispositifs actuellement disponibles sur Internet, la complexité du problème ne nous permet pas de faire l'hypothèse sur une contribution considérable des forums à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques. Nous avons souligné deux questions importantes qui semblent se présenter à nous : d'une part, il nous paraît nécessaire, d'une part, de bien modéliser les interactions dans un système didactique auxiliaire, d'autre part, de déterminer les modalités de cette interaction suivant les contraintes liées à la nature informatique des forums qui pèsent sur cette interaction. Même si les systèmes didactiques auxiliaires ont fait l'objet de peu de travaux, l'avancé des travaux autour des intégrations des TIC à l'enseignement offre sans doute les outils nécessaires pour développer l'étude des contraintes liées à la nature informatique de ces dispositifs.

Mais la complexité du problème ne constitue pas une entrave à toute tentative didactique immédiate et il nous semble possible de proposer une perspective en nous appuyant sur les conditions de l'évolution de certains forums. En effet, lorsque nous avons commencé à étudier les forums, une de nos hypothèses était que la véritable prise en charge du besoin exprimé par les élèves à travers les forums engendrerait des nouvelles questions de plus en plus didactiques, au sens défini plus haut, et au bout de compte une évolution vis-à-vis des questions posées et des réponses données. Cette hypothèse semble aujourd'hui se trouver en partie vérifiée pour les deux forums étudiés dans ce travail, et ceci sans qu'il y ait une implication directe de la recherche dans leur fonctionnement. Nous pensons donc que l'engagement de la recherche en ce sens contribuera non seulement à l'efficacité des forums, mais permettra également d'avoir un observatoire extraordinaire pour les conditions de transmission du savoir mathématique au sein des institutions scolaires.

## Références

- Baillet A. (1692), *Vie de Monsieur Descartes*. Réédition, La Table Ronde, collection La Petite Vermillon, 1992.
- Bosch M. et Chevallard Y. (1999), La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs : objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques*, n° 19 (1), p. 77-124.
- Brousseau G. (1995), L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. *Actes de la VIII<sup>e</sup> École d'été de didactique des mathématiques*, Saint – Sauve, 22-31 août.
- Brousseau G. (1998), *La théorie des situations didactique*. La Pensée Sauvage, Grenoble.
- Chevallard Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherche en Didactique des mathématiques*, Vol. 12, n° 1, p. 73-112.
- Chevallard Y. (1995), Familière et Problématique, la figure du professeur. *VIII<sup>e</sup> École d'été de didactique des mathématiques*, Saint – Sauves, 22-31 août.
- Chevallard Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 19, n° 2, p. 221-266.
- Chevallard Y. (2002), Organiser l'étude, Structure et Fonctions. In Dorier Jean-Luc (dir.) *XXI<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques*. La Pensée Sauvage.
- Duval R. (1996), Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques? *Recherches en Didactique de Mathématiques*, Vol. 16, n° 3, p. 349-382, 1996
- Erdogan A. (2001), *La dimension didactique des forums de questions mathématiques*. Mémoire de DEA, Université Claude Bernard – Lyon I.
- Félix C. (2002), *Une analyse comparative des gestes de l'étude personnelle : le cas des mathématiques et de l'histoire*. Thèse du troisième cycle, Université d'Aix-Marseille I
- Kaye A. R. (1994), Computer Supported Collaborative Learning in a Multi-Media Distance Education Environment. In C. O'Malley (dir.) *Computer Supported Collaborative Learning, NATO ASI Series*, vol. 128, Berlin : Springer Verlag, p. 125-143.
- Mercier A. (1992), *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement. Un cas en calcul algébrique*. Thèse de troisième cycle, Université Bordeaux I.
- Sensevy G., Mercier A., et Schubauer-Léoni ML. (2000), Vers un modèle de l'action didactique du professeur à propos de la course à 20. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 20, n° 3, p. 263-304.

## Pour joindre l'auteur

Abdulkadir Erdogan  
Université Paris 7-Denis Diderot  
IREM – Case Courrier 7018  
2, place Jussieu 75251 Paris Cedex  
[erdogan\\_kadir@yahoo.fr](mailto:erdogan_kadir@yahoo.fr)

Annexe

**I. Question venue sur le Forum de « Cyberpapy », envoyée par François, le 22 octobre 2000 à 14:03:00, sous le titre « algèbre »**

$$f(x;y)=x^2-y^2-4x-2y+3$$

- Calculer,  $f(2;-1)$ ,  $f(2+\sqrt{3};-1+\sqrt{2})$ ,  $f(4-x;-y-2)$

- On pose  $x=u+2$  et  $y=v-1$

Exprimer  $f(x;y)$  en un produit de facteurs. En déduire la décomposition de  $f(x;y)$  en un produit de facteurs.

Résoudre l'équation  $f(x;y)=0$  où  $x$  est l'inconnue et  $y$  un paramètre réel.

**Réponse donnée sur le forum, envoyé par Caroline le 22 octobre 2000 à 21:35:00**

$$f(x;y)=x^2-y^2-4x-2y+3$$

calculer  $f(2;-1)$

$$f(2;-1)=2^2-(-1)^2-4\text{fois}2-2\text{fois}-1+3=0$$

$f(2+\sqrt{3};-1+\sqrt{2})$

idem: remplacer  $x$  et  $y$  dans la première équation par:  $2+\sqrt{3}$  et

$-1+\sqrt{2}$

on trouve  $-3$

$f(4-x;-y-2)$

remplacer dans la première équation  $x$  par  $4-x$  et  $y$  par  $-y-2$ . On trouve:  $f(x;y)$

On pose  $x=u+2$  et  $y=v-1$  Exprimer  $f(x;y)$  en un produit de facteurs.

$$f(x;y)=(u+2)^2-(v-1)^2-4(u+2)-2(v-1)+3$$

$$=u^2+4u+4-v^2+2v-1-4u-8-2v+2+3$$

$$=u^2-v^2$$

$$=(u+v)(u-v)$$

En déduire la décomposition de  $f(x;y)$  en un produit de facteurs.

On a:  $u=x-2$  et  $v=y+1$  donc

$$f(x;y)=(x-2+y+1)(x-2-y-1)$$

$$=(x+y-1)(x-y-3)$$

Résoudre l'équation  $f(x;y)=0$  où  $x$  est l'inconnue et  $y$  un paramètre réel.

Il faut que:  $x+y-1=0$  ou  $x-y-3=0$  Soit,  $x$  étant l'inconnue:

$$x=1-y \text{ ou } x=y+3 ; S=\{1-y ; y+3\}$$

## Traitement

Lorsque l'on introduit ce que nous appelons le changement de variable, et qui n'est pas nommé par l'élève, le problème d'utiliser le langage fonctionnel est insoluble pour de nombreux élèves. Nous devons d'abord l'étudier. La forme de l'énoncé montre aussi que l'on a affaire à une technique qui s'installe à ce niveau d'études : elle n'a pas de nom officiel, mais l'énoncé (exprimer  $f(x,y)$  en un produit de facteurs) est formé comme une tentative de description de la tâche (déterminer la décomposition de  $f(x,y)$  en un produit de facteurs).

Déjà nous pouvons voir l'embarras de l'auteur de l'énoncé dans la redondance de l'indication qu'il donne avec la tâche qu'il désigne, et la solution montre le lieu du problème que cet auteur rencontre : « exprimer  $g(u,v)$  en un produit de facteurs » est la bonne indication, mais elle suppose que l'on sache qu'en posant  $x = u+2$  et  $y = v-1$  on transforme  $f(x, y)$  en  $g(u,v)$ . Cela est la conséquence de la notation  $f(x,y)$  utilisée pour désigner l'objet mathématique à factoriser, qui amène le professeur à penser à l'aide du non ostensif « fonction » alors que les pratiques que cette notation commande ne sont pas en usage dans les classes de l'enseignement secondaire...

## II. Question venue sur le Forum de « Cyberpapy », envoyée par Nicool le 22 octobre 2000 à 10 :59 :00, sous le titre « URGENT : INTERSECTION ET REUNION DE 2 INTERVALLES NIVEAU 2<sup>nde</sup> »

Le signe  $\in$  veut dire : appartient à, le signe  $\infty$  veut dire « l'infini »

Intersection de :  $[-2 ; 5[$  et de  $] -8 ; 1]$ .

Ai-je juste si je répond :  $[-2 ; 5[$  et de  $] -8 ; 1] \Leftrightarrow x \in [-2 ; 1]$

Réunion de  $I = ] -\infty ; 3]$  et de  $J = ] -1 ; 6[$

Ai-je juste si je répond :  $I \cup J = ] -\infty ; 6[$  ?

Merci de me répondre rapidement.

Merci de votre aide.

## Réponse donnée sur le forum, envoyée par Cyrille le 22 octobre 2000 à 20 :33 :00

Pour le deuxième exo c'est faux :

C'est  $I \cup J = [-1 ; 3]$

Construire une droite graduée, met aux extrémités  $+\infty$  (à droite) et  $-\infty$  (à gauche), ou milieu O, et en suite tes points 3, -1, 6. Avec un crayon rouge tu surlignes l'intervalle  $] -\infty ; 3]$  avec un vert l'intervalle  $] -1 ; 6[$  Tu regardes l'intervalle où il y a les deux couleurs en même temps tu notes l'intervalle et c'est bon !!!

## Traitement

La réponse proposée est en effet la description – dans sa généralisation – d'une technique qui est habituellement utilisée pour répondre à ce type de questions. Mais nous pouvons remarquer que

cette technique apparaît plutôt comme la description d'une conduite qu'une technique claire et justifiée par une «technologie» ou «théorie», au sens de «praxéologie mathématique», et par conséquent l'emploi de cette technique pour résoudre ce type de problèmes s'avère comme une activité assez cognitive mais peu mathématique dans ce sens que la technique utilisée n'est pas une technique mathématisée sauf si l'on définit ses éléments technologiques et théoriques. C'est ce caractère peu habituel de la technique utilisée qui nous conduit ici à faire une liaison entre deux approches en didactique des mathématiques (peu différentes au fond l'une de l'autre) pour retrouver toute la dimension didactique du travail derrière l'énoncé de la question : l'approche cognitive de l'apprentissage des mathématiques, plus particulièrement ce que propose Raymond Duval en termes de registres de représentation sémiotique et l'approche anthropologique dans laquelle l'activité mathématique est récemment interprétée comme la co-activation des objets ostensifs et non ostensifs...

### **III. Question venue sur le forum de Cyberpapy, envoyé par Ray le 22 octobre 2000 à 10:22:00, sous le titre «Barycentre»**

Un grand MERCI aux papys Étienne, Jack et Roger pour leurs prestations. Mais j'ai un autre problème, cette fois en géométrie, en ce qui concerne les barycentres. Je connais mes formules mais je ne suis pas sûr de savoir les utiliser. Une bonne explication me serait utile avant un contrôle, pour m'entraîner. J'ai tenté l'exercice suivant :

Soit A, B et C trois points tels que :  $AB=2$ ,  $BC=3$  et  $AC=6$ .

Il s'agit bien des normes. On me demande de calculer x et y tels que : C soit le barycentre de (A,x), (B,y).

En appliquant les formules j'ai opté pour la définition même du barycentre, adapter à l'exercice :

$xAC+yBC=0$ , puis connaissant les normes de faire un système, mais là je suis perdu. Si une personne se sent d'attaque pour m'expliquer clairement les barycentres de A à Z je lui en serais reconnaissant.

#### **Traitement**

Le message de Ray résume très bien les difficultés que peuvent rencontrer la plupart de ses camarades avec l'étude du barycentre. Car, trouver la bonne stratégie pour commencer un exercice de barycentre n'est pas un mince travail pour l'élève. Il s'agit donc pour nous d'analyser ces difficultés. Nous pouvons le faire en nous appuyant sur l'analyse de quelques manuels scolaires...

Nous pouvons d'abord dire que la possibilité d'utilisation des propriétés de barycentre dans les exercices proposés aux élèves et la compréhension des démonstrations sont fortement liées aux connaissances du calcul vectoriel. Il faudrait alors chercher les causes de l'incompréhension de cette notion chez les élèves d'abord dans l'enseignement du calcul vectoriel et dans son appropriation par les élèves. En plus l'analyse des manuels scolaires montre que chaque question de barycentre demande la construction d'une méthode partielle, une capacité de commenter les résultats et même un choix de méthode pour commencer la résolution et que ce dernier point est tellement difficile à réaliser que les auteurs des manuels donnent souvent 'une stratégie de démarrage' pour que les propriétés du barycentre soient utilisées dans la résolution et non pas celles du calcul vectoriel.

Mais la question principale concernant l'étude du barycentre en classe de mathématiques est la suivante : on connaît l'intérêt du barycentre pour d'autres domaines (par exemple en Physique pour les problèmes d'équilibre d'une balance, le centre d'inertie d'une plaque, etc.) mais quel est son intérêt pour la géométrie ? Puisque l'on peut résoudre les mêmes problèmes autrement et peut-être plus facilement. Et encore puisque les auteurs de certains manuels préfèrent utiliser souvent des méthodes plus faciles et autres que des méthodes qui nécessitent l'utilisation de la définition du barycentre et des propriétés qui l'accompagnent...