L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés

Actes du colloque emf 2006

La modélisation comme moyen d'enseigner les mathématiques : éléments pour une problématisation didactique

Michèle Artaud, *IUFM d'Aix-Marseille, France*
Latifa Sahraoui-Kaidi, *Université d'Annaba, Algérie*

Résumé

Pour spécifier l'enseignement des mathématiques dans des écoles professionnelles, ou encore pour mettre en évidence l'utilité des mathématiques dans l'enseignement général, une stratégie consiste à intégrer des activités ou des problèmes dits de « modélisation », qui partent de questions « proches » des préoccupations des élèves ou des étudiants, de façon à motiver les mathématiques enseignées. Nous abordons ici, partiellement sans doute, les conditions d'existence de telles stratégies en nous appuyant sur quelques notions de didactique des mathématiques issues de la théorie anthropologique du didactique.

Pour spécifier l'enseignement des mathématiques dans des écoles professionnelles, ou encore pour mettre en évidence l'utilité des mathématiques dans l'enseignement général, une stratégie consiste à intégrer des activités ou des problèmes dits de « modélisation », qui partent de questions « proches » des préoccupations des élèves ou des étudiants, de façon à motiver les mathématiques enseignées. Nous abordons dans cette communication, partiellement sans doute, les conditions d'existence de telles stratégies en nous appuyant sur quelques notions de didactique des mathématiques issues de la théorie anthropologique du didactique.

Nous partirons pour cela d'un exemple dont le thème est issu de la formation des architectes à propos de l'isolation acoustique[1].

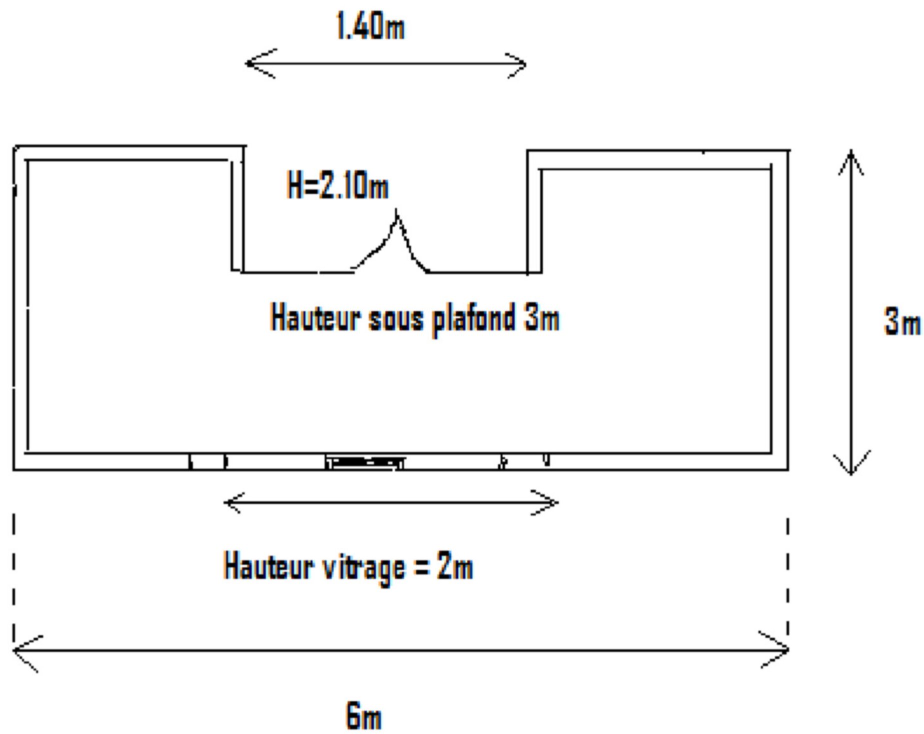
1. Isolation acoustique : un exemple

Considérons un directeur d'entreprise qui veut améliorer le confort acoustique dans un bureau destiné à un pool dactylographique. Pour cela, il contacte un architecte qui lui conseille de revêtir le plafond par des panneaux acoustiques, ce qu'il accepte. Le spécialiste avec lequel travaille l'architecte a en stock un type de panneaux possédant les coefficients d'absorption suivants :

Hz :	250	500	1 000	2 000	(fréquence) ;
a :	0,49	0,74	0,78	0,78	(coefficient d'absorption).

Ces panneaux conviennent-ils, sachant que la salle à traiter a les caractéristiques décrites sur le plan suivant ?

1 Cet exemple est issu de Rougeron (1979).



Pour résoudre ce problème, il s'agit de déterminer le gain de confort acoustique apporté par la pose d'un plafond avec le type de panneaux proposé. Ce gain est donné par le calcul du nombre de décibels dont diminue le son quand on ajoute le faux plafond. Il est donné par A = 10 log (T_0/T_1) où T_0 est le temps de réverbération du son dans la salle avant traitement et T_1 le temps de réverbération du son dans la salle après traitement. Pour déterminer *T*, il faut d'abord calculer ce qu'on appelle «l'aire de Sabine», qui est une combinaison linéaire des aires des surfaces réfléchissant les sons, les coefficients de la combinaison linéaire mesurant l'absorption du matériau de chaque type de surface; *T* est alors donné par 0,16 *V/S*, où *V* est le volume de la pièce et *S* l'aire de Sabine.

Le calcul du volume de la pièce avant traitement est 6 m × 3 m × 3 m = 54 m^3. Si l'on suppose que l'on prend 10 cm pour poser le faux plafond, on obtient alors comme volume après traitement 6 m × 3 m × 2,90 m = 52,2 m^3.

Reste à calculer l'aire de Sabine avant et après traitement. Pour cela il faut calculer les aires de chaque type de parois – mur, sol, plafond, fenêtre et porte –, puis effectuer la combinaison linéaire de ces aires affectées des coefficients d'absorption de la paroi. Comme c'est le cas ici, les coefficients d'absorption dépendent de la fréquence des sons et on est amené à calculer une valeur pour chaque fréquence. Le calcul a été résumé dans les tableaux suivants.

Avant traitement

0	Fréquences	250 Hz		500 Hz		1 000 Hz		2 000 Hz	
Parois	Surfaces	a_i	$S_i a_i$	a_i	$S_i a_i$	a_i	$S_i a_i$	a_i	$S_i a_i$
Mur	45,06 m²	0,015	0,67	0,02	0,90	0,03	1,35	0,05	2,26
Sol	18 m²	0,03	0,54	0,04	0,72	0,04	0,72	0,03	0,54
Plafond	18 m²	0,015	0,27	0,02	0,36	0,03	0,54	0,04	0,72
Fenêtre	6 m²	0,25	1,50	0,18	1,08	0,12	0,72	0,07	0,42
Porte	2,94 m²	0,11	0,32	0,10	0,29	0,09	0,26	0,08	0,24
$\Sigma S_i a_i$			**3,30**		**3,35**		**3,59**		**4,17**
T_0			***2,51***		***2,51***		***2,50***		***2,01***

Après traitement

0	Fréquences	250 Hz		500 Hz		1 000 Hz		2 000 Hz	
Parois	Surfaces	a_i	$S_i a_i$	a_i	$S_i a_i$	a_i	$S_i a_i$	a_i	$S_i a_i$
Mur	**43,558 m²**	0,015	**0,65**	0,02	**0,87**	0,03	**1,30**	0,05	**2,18**
Sol	18 m²	0,03	0,54	0,04	0,72	0,04	0,72	0,03	0,54
Plafond	**18 m²**	**0,49**	**8,82**	**0,74**	**13,32**	**0,78**	**14,04**	**0,78**	**14,04**
Fenêtre	6 m²	0,25	1,50	0,18	1,08	0,12	0,72	0,07	0,42
Porte	2,94 m²	0,11	0,32	0,10	0,29	0,09	0,26	0,08	0,24
$\Sigma S_i a_i$			**11,83**		**16,28**		**17,04**		**17,41**
T_1			***0,71***		***0,51***		***0,49***		***0,48***

On obtient ainsi le gain acoustique en fonction de la fréquence des sons :

Fréquences	250 Hz	500 Hz	1 000 Hz	2 000 Hz
10 log(T_0/T_1)	5 dB	7 dB	7 dB	6 dB

Et on peut alors conclure que l'on a obtenu une amélioration appréciable…

Cet exemple permet de poser des questions qui sont au cœur de l'intégration de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques. Avant de revenir sur ce point, nous présenterons la notion de praxéologie sur laquelle nous nous appuierons par la suite.

2. La notion de praxéologie

2.1 Types de tâches et techniques

Une praxéologie est une réponse à une question du type : comment faire… ? Comment ouvrir ce bocal qui ne veut pas s'ouvrir ? Comment enlever cette tâche d'encre de ce chemisier ? Comment changer le robinet de mon lavabo ? Comment enseigner l'algèbre linéaire à mes étudiants de deuxième année d'université ? On le voit, le point d'où l'on part, c'est une tâche que l'on a à accomplir : ouvrir ce bocal qui ne veut pas s'ouvrir ; enlever cette tâche d'encre de ce chemisier ; changer le robinet de mon lavabo ; enseigner les décimaux à mes étudiants, etc.

En fait, en général, ce n'est pas une tâche toute seule qui apparaît, mais un type de tâches, et ce à quoi il va falloir s'affronter, c'est donc un type de tâches, T : enlever une tâche d'encre d'un tissu en coton, changer un robinet, enseigner l'algèbre linéaire à des étudiants de deuxième année, etc.

Ainsi, dans l'exemple précédent, voit-on apparaître parmi les tâches à accomplir « calculer l'aire de Sabine de la salle de dactylographie », « déterminer le gain acoustique obtenu en plaçant le faux plafond proposé dans cette salle », tâches qui relèvent des types de tâches : déterminer un gain acoustique et calculer l'aire de Sabine d'une pièce.

On se trouve alors face à une question Q : comment accomplir les tâches t du type T ? et il s'agit d'obtenir une réponse R à cette question.

Trouver une réponse à Q va d'abord prendre la forme de trouver une manière de faire, c'est ce que nous appellerons une technique τ[2]. Si l'on considère le type de tâches T : calculer l'aire de Sabine d'une pièce, identifié précédemment, la technique mise en œuvre consiste à faire un tableau du type suivant.

0	Fréquences	f_1		f_2		…		f_n	
Parois	Surfaces	a_i	$S_i a_i$	a_i	$S_i a_i$	a_i	$S_i a_i$	a_i	$S_i a_i$
1	S_1								
2	S_2								
….	….								
p	S_p								
$\Sigma_p S_i a_i$									

Si la technique est un élément essentiel de la réponse R à la question Q, elle doit être complétée par deux autres éléments.

2.2. Technologies et théories

Quand on observe l'activité humaine dans différentes institutions, il apparaît presque toujours un discours autour de la technique pour accomplir T, même si ce discours est naturalisé, évanouissant,

2 Technique vient du grec *techne*, qui signifie manière de faire.

discours dont le but est de légitimer, de justifier la manière de faire τ : c'est la troisième composante du modèle, que nous appellerons la technologie, θ. Ce mot de technologie est à prendre d'abord dans son sens étymologique, discours (*logos*) sur la technique (*techne*). C'est une nécessité qui surgit dès qu'on demande une description du faire. Une technologie peut différer suivant l'institution dans laquelle la praxéologie est observée et il n'y a pas de norme : une technologie relative à une technique peut être sans rapport avec la théorie scientifique. Notons que cette remarque vaut aussi pour les techniques : une technique peut être maladroite, ne pas bien marcher, etc.

Ajoutons qu'il n'y a pas une seule forme de justification possible. Si, en mathématiques, la forme canonique de discours justificatif est la démonstration, d'autres justifications sont possibles, comme la justification expérimentale par exemple.

Au-delà de sa fonction de justification de la technique, qui est première anthropologiquement, la technologie a deux autres fonctions. D'une part, elle permet de rendre la technique intelligible, compréhensible, de « comprendre pourquoi ça marche »[3]. D'autre part, elle permet de produire des techniques.

Ainsi, la justification de la technique τ présentée plus haut pour « calculer l'aire de Sabine » repose sur la définition de cette grandeur et le calcul d'une combinaison linéaire.

Le dernier élément du modèle est la théorie Θ. C'est la justification de la technologie, donc en quelque sorte la technologie de la technologie. C'est un niveau un peu spéculatif, qui est très souvent évanouissant, pour lequel on observe fréquemment un renvoi vers d'autres institutions, comme par exemple le fameux « on démontre en mathématiques… » des physiciens qui fait référence à une théorie mathématique dont relève le résultat technologique dont on va faire usage.

Comme la technologie, la théorie diffère suivant les institutions et peut être éloignée des théories scientifiques existantes ; on notera enfin que la nature technologique ou théorique d'une assertion n'est pas intrinsèque[4].

Pour la praxéologie qui nous concerne ici, on se situe dans la théorie de l'acoustique, plus particulièrement dans l'absorption et la réflexion des ondes.

On obtient ainsi une praxéologie ponctuelle $[T / \tau / \theta / \Theta]$, le point étant le type de tâche T; on dira aussi organisation praxéologique : $[T / \tau]$ étant la praxis, la pratique – ou encore le savoir-faire ; $[\theta / \Theta]$ le logos – ou encore le savoir. Ce modèle de la praxéologie ponctuelle constitue la brique élémentaire de l'activité humaine. Ces briques élémentaires viendront en général s'amalgamer pour constituer des praxéologies locales $[T_i / \tau_i / \theta / \Theta]$, dans lesquelles on aura plusieurs savoir-faire justifiés par le même savoir ; des praxéologies régionales $[T_{ij} / \tau_{ij} / \theta_j / \Theta]$, où la même théorie justifiera plusieurs technologies, qui à leur tour justifieront plusieurs blocs type de tâches/technique ; des praxéologies globales enfin $[T_{ijk} / \tau_{ijk} / \theta_{jk} / \Theta_k]$, qui comprendront plusieurs théories.

Revenons maintenant à la lumière de cette théorisation sur l'exemple proposé et la question de l'enseignement des mathématiques.

3 Pour des exemples de telles technologies, voir par exemple Chevallard (1999).

4 Voir Chevallard (1999).

3. Modélisation et satisfaction des besoins mathématiques

Il ne fait aucun doute que l'exemple dont nous sommes parties utilise des mathématiques : mais, objectera-t-on, des « petites mathématiques » ; on a seulement à effectuer quelques opérations. Il paraît ainsi à première vue impossible de baser la formation mathématique des architectes sur de tels problèmes.

Si l'on examine plus soigneusement notre exemple, on est face à des grandeurs qui varient en fonction d'autres grandeurs : ainsi, par exemple $A = f(T_0, T_1)$, $T_j = g(V, S_j)$ et $S_j = h(a_1, a_2, \ldots, a_p)$. On remarquera alors d'une part que, dans le travail effectué, le modèle, qui est globalement constitué des trois fonctions précédentes, est donné sans que la question de sa production soit évoquée. Si c'était le cas, d'autres ingrédients mathématiques seraient mobilisés, et notamment les notions de fonction, de variable, de variation, etc. On remarquera d'autre part que la technique mise en œuvre pourrait être modifiée.

On pourrait par exemple considérer la fonction h permettant d'obtenir S_j à partir des coefficients d'absorption : une manière d'obtenir la première aire de Sabine serait de multiplier les deux vecteurs formés respectivement des coefficients d'absorption et des surfaces correspondant aux différentes parois, ce qu'une calculatrice graphique fait de nos jours facilement par exemple. On pourrait également modifier la manière d'obtenir l'aire de Sabine après traitement pour obtenir : $S_1 = S_0 + (a'_k - a_k)S_k - \eta p a_j$ (p est la longueur des murs et h la réduction de hauteur sous plafond). On voit ainsi apparaître que la variation de l'aire de Sabine dépend de la variation de coefficient d'absorption du matériau du plafond et de la distance à laquelle on a posé le faux plafond, η.

Ces notations suggèrent les possibilités apportées par le recours à un environnement technologique mathématique plus riche. En particulier, c'est cet environnement qui permettrait de répondre à des questions du type : Quel effet a la variation de volume sur l'amélioration de l'absorption ? ou, en d'autres termes, dans quelle mesure est-il intéressant de baisser davantage la hauteur sous plafond ? Ou encore quelle augmentation de coefficient d'absorption permet de gagner un décibel ? Etc. Ces questions, qui n'étaient pas posées dans l'exemple envisagé sans doute pour éviter le recours à l'outil fonctionnel[5], conduirait à fabriquer une praxéologie plus intelligible, mieux justifiée donc plus robuste, et que l'utilisateur pourrait utiliser en ayant les moyens de la contrôler.

Le traitement dans le cours de mathématiques de tels exemples, pour produire et motiver les praxéologies mathématiques à étudier, permet une problématisation plus riche mais demande également que soit travaillée la modélisation : comment obtient-on les fonctions envisagées plus haut, par exemple la fonction *f* ? Doit-on envisager la production de toutes les fonctions envisagées, ou doit-on, peut-on en considérer certaines comme des données physiques ? Cela demanderait de manipuler dans le cours de mathématiques des objets autres que mathématiques (relevant de l'acoustique, ici) d'une manière qui était habituelle en Europe au XVII^e^ et XVIII^e^ siècle sous le nom de mathématiques mixtes (voir annexe).

C'est cette notion de mathématiques mixtes, qui a peu à peu disparu de la culture de l'enseignement, notamment par le biais de la notion d'application, qu'il nous faut retrouver pour pouvoir satisfaire au mieux les besoins mathématiques des non mathématiciens et mettre en évidence l'utilité des

5 On retrouve là une stratégie de démathématisation classique. Voir Artaud (1993) pour obtenir d'autres exemples.

mathématiques pour la société, ce dernier aspect étant crucial pour l'existence des mathématiques dans le système d'enseignement général (Artaud, 1996).

Nous en viendrons pour terminer à des aspects plus spécifiquement liés à l'existence, dans les systèmes didactiques, de telles praxéologies.

4. Modélisation et organisation de l'étude

Une praxéologie, on l'a dit, vient en réponse à une question Q du type « comment faire pour… ? ». La production de la réponse fait intervenir un processus de modélisation, qui peut se situer d'ailleurs à l'intérieur des mathématiques elles-mêmes comme c'est le cas notamment dans la modélisation algébrique de phénomènes géométriques par exemple (Boléa, Bosch et Gascon, 2003). Ce processus découpe une suite de questions (et donc de sous-types de tâches) qui, souvent, s'intégrera dans la technique relative au type de tâches considéré (Artaud, 2006).

Considérons ainsi la question : « comment (faire pour) optimiser une grandeur ? ». L'étude des mathématiques en France au Lycée apporte une réponse intégrant des éléments de la théorie des fonctions d'une variable réelle dont une technique peut être à peu près décrite ainsi[6] :

– Exprimer la grandeur à optimiser G en fonction d'autres grandeurs, que l'on exprimera elles-mêmes en fonction d'une seule grandeur variable, v de façon à obtenir $G = f(v)$.

– Compte tenu des contraintes pesant sur v, déterminer l'ensemble d'étude de f, I.

– Étudier les variations de f sur I et en déduire le ou les extremums (g_i*) de f sur I et le ou les valeurs de la variable (v_i*) en laquelle il(s) est(sont) atteint(s).

– Déterminer l'optimum g* de G cherché dans l'ensemble des valeurs (g_i*) et des valeurs de f aux bornes de I ; donner la valeur v* de la grandeur variable qui permet de le réaliser[7].

Les deux premières, et éventuellement la dernière, étapes de cette technique, sont généralement identifiées comme relevant de la modélisation, alors que la troisième est attribuée aux mathématiques. La technique précédente pourrait ainsi se décrire en d'autres termes de la façon suivante (qui est quasiment celle qui apparaît dans les programmes de l'enseignement secondaire français) :

– Modéliser la situation à l'aide d'une fonction pour aboutir à $G = f(v)$, $v \in I$.

– Optimiser f.

– Interpréter les résultats du modèle.

Ce découpage peut être référé aux travaux d'Yves Chevallard sur la modélisation (Chevallard, 1985 et 1989) qui structurait ainsi le processus.

6 Il s'agit de la technique qui prévaut à partir de la classe de première (élèves de 16-17 ans). Dans la classe antérieure, le même type de tâches est étudié, avec une technique semblable mais qui ne repose pas sur du calcul différentiel pour la recherche de l'optimum, et qui est donc appliquée sur un champ de fonctions restreint.

7 Cette étape de la technique contient, ou peut contenir, du travail sur les valeurs approchées qui n'est pas détaillé ici parce qu'il est généralement considéré comme transparent dans les classes concernées.

1. Un système à étudier (intramathématique ou extramathématique) dont on définit les aspects pertinents pour l'étude[8] : on en tire généralement un ensemble de variables.
2. On construit un modèle en précisant des relations entre ces variables.
3. On travaille le modèle pour produire des connaissances sur le système (qui sont les réponses aux questions posées par l'étude, soit des praxéologies mathématiques mixtes).

« Modéliser » apparaît ainsi comme un genre de tâches : il y a un travail important à accomplir pour qu'il soit possible d'expliciter des praxéologies relatives à ce genre de tâches, qui consiste notamment à le spécifier de façon à découper des types de tâches, et donc des techniques relatives à ces types de tâches.

Cela est incontournable dès lors que l'on se place, à l'égard de l'enseignement des mathématiques, dans une perspective « constructiviste »[9], dans laquelle la construction des praxéologies mathématiques se fait par le biais d'activités d'étude et de recherche ou plus généralement de parcours d'étude et de recherche (Chevallard 2002 et 2006), où l'on part d'une question Q pour laquelle la praxéologie mathématique enjeu de l'étude apparaît comme ingrédient essentiel de la réponse. En effet, le processus de modélisation fait alors partie de la technique d'étude qui permettra de fabriquer la praxéologie mathématique, en fournissant notamment un certain nombre de questions cruciales permettant d'avancer, mais il devra également faire partie, comme nous le signalions déjà plus haut, de la praxéologie à institutionnaliser (Artaud 2006). C'est bien entendu également incontournable lorsqu'il s'agit de former des « non mathématiciens » qui auront à mettre en œuvre ou à fabriquer des praxéologies dans lesquelles les mathématiques interviennent, de quelque manière que ce soit ou encore de futurs citoyens, amenés à se déplacer dans une société fortement mathématisée.

Références

Artaud M. (2006). Some conditions for modelling to exist in mathematics classrooms. *In* W. Blum *et al*. (Dir.), *Applications and Modelling in Mathematics Education*. Springer. À paraître.

Artaud M. (1999) Conditions et contraintes de l'existence des mathématiques dans l'enseignement général : permanences et évolutions. *Petit x 50*, 23-38.

Artaud M. (1993). *La mathématisation en économie comme problème didactique*. Thèse de doctorat. Marseille : Irem d'Aix-Marseille.

Bolea, P., Bosch, M., Gascon, J. (2003). Why is modelling not included in the teaching of algebra at secondary school ? *Proceedings of CERME 3*.

Chevallard Y. (2006). « Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique », conférence plénière donnée dans le cadre du *I Congreso Internacional sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico* (Baeza, Espagne, 27-30 octobre 2005). À paraître.

Chevallard Y. (2002). Organiser l'étude – 1. et 3. Écologie et régulation. *Actes de la XI^e^ école d'été de didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.

8 L'étude est souvent définie par un petit nombre de questions auxquelles on veut apporter une réponse

9 Cette perspective est celle dans laquelle se place actuellement les programmes de nombre de pays.

Chevallard Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques 19*(2), 221-266.

Chevallard Y. (1985, 1989a, 1989b) Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège. *Petit x 5* 51-94, 19 45-75, 23 5-38.

Rougeron. C. (1979). *L'isolation acoustique et thermique dans le bâtiment*. éditions Eyrolles : Paris.

Pour joindre les autrices

Michèle Artaud
IUFM d'Aix-Marseille
Adresse postale : 5 rue Bel Air 13006 Marseille, France
Courriel : m.artaud@aix-mrs.iufm.fr

Annexe

La notion de mathématiques mixtes

À l'âge classique, les mathématiques sont scindées en deux parties : les mathématiques pures, d'une part, qui sont constituées de l'arithmétique, la géométrie et l'algèbre ; et les mathématiques mixtes, d'autre part. Cette expression de mathématiques mixtes n'est plus utilisée aujourd'hui. Pour user d'un langage moderne, nous dirons qu'on peut en proposer deux définitions, l'une « en extension », l'autre « en compréhension ». Chaque auteur d'abord en donne une liste. Voici par exemple celle que d'Alembert propose dans l'article Mathématique ou mathématiques de l'Encyclopédie :

> Du nombre des Mathématiques mixtes, sont la Méchanique, l'Optique, l'Astronomie, la Géographie, la Chronologie, l'Architecture militaire, l'Hydrostatique, l'Hydraulique, l'Hydrographie ou la Navigation, etc.

Quant à l'abbé Bossut, il offre ce découpage :

1.° La Méchanique, science de l'équilibre et du mouvement des corps solides.

2.° L'Hydrodynamique, qui considère l'équilibre et le mouvement des corps fluides.

3.° L'Acoustique ou la Théorie du son.

4.° L'Optique ou la Théorie du mouvement de la lumière.

5.° L'astronomie, science du mouvement des corps célestes

Plus extensif encore, Montucla, dans son *Histoire des mathématiques*, ajoute à cela la gnomonique, la musique, la perspective, la pneumatologie ou pneumatique, soit « la considération des rapports de pesanteur, d'élasticité, de densité dans l'air et les autres fluides qui jouissent de ces propriétés » ; l'art de conjecturer, « dont l'analyse des jeux de hasard est une branche principale » ; enfin la coupe des pierres, « art qui exige souvent des considérations géométriques assez profondes », sans toutefois recevoir parmi les mathématiques mixtes l'architecture civile ou militaire, non plus que la pyrotechnie, bien que cette dernière en particulier ait figuré dans le mouvement d'émergence que nous décrirons ensuite comme un élément propre à échauffer l'intérêt du grand public pour les mathématiques.

Les auteurs déjà cités, et d'autres encore, nous livrent également une définition « en compréhension » des mathématiques mixtes, véritable formule épistémologique qui les fonde et définit leur empire.

Citons d'abord, à nouveau, l'abbé Bossut :

> *Les Mathématiques mixtes empruntent de la Physique une ou plusieurs expériences incontestables, ou bien supposent dans les corps une qualité principale et nécessaire : ensuite, par des raisonnements méthodiques et démonstratifs, elles tirent du principe établi, des conclusions évidentes et certaines, comme celles que les Mathématiques pures tirent immédiatement des axiomes et des définitions.*

Dans l'article *Application* qu'il a rédigé pour l'*Encyclopédie*, sous le titre *Application de la Géométrie et de l'Analyse à la Physique*, d'Alembert est plus insistant encore :

La plupart des propriétés des corps ont entr'elles des rapports plus ou moins marqués que nous pouvons comparer, et c'est à quoi nous parvenons par la Géométrie et par l'Analyse ou l'Algèbre. C'est sur cette application que sont fondées toutes les sciences physicomathématiques. Une seule observation ou expérience donne souvent toute une science. Supposez, comme on le sait par l'expérience, que les rayons de lumière se réfléchissent en faisant l'angle d'incidence égal à l'angle de réflexion, vous aurez toute la Catoptrique… Cette expérience une fois admise, la Catoptrique devient une science purement géométrique, puisqu'elle se réduit à comparer des angles et des lignes données de position.

L'empire des mathématiques dans le champ des savoirs où elles sont susceptibles d'apporter leur certitude et l'impeccable enchaînement démonstratif qui les caractérisent – la coloration apologétique est ici évidente –, n'apparaît limité que par la faiblesse des autres domaines de science avec lesquels elles sont ainsi naturellement appelées à frayer. Montucla, après avoir rappelé, à propos de l'optique, ce que nous nommions la formule épistémologique des mathématiques mixtes, écrit significativement :

On ne peut disconvenir que ces recherches ne soient proprement du ressort de la Physique : mais en tant que mêlées intimement, et dépendantes des Mathématiques abstraites qui leur font part de la certitude qui les distingue elles-mêmes, elles sont en quelque sorte élevées par-là au rang des Mathématiques dont elles forment la seconde division. En cette qualité elles occupent une sorte de milieu entre la Physique, souvent enveloppée d'incertitude et de ténèbres, et les Mathématiques pures dont la clarté et l'évidence sont toujours sans nuages. Elles ne sauraient avoir plus de certitude absolue que le principe qui leur sert de fondement ; c'est en quoi elles tiennent de la Physique : d'un autre côté elles jouissent d'une évidence hypothétique, égale à celle des Mathématiques abstraites ; je veux dire que leur principe supposé vrai, elles ne sont pas moins certaines que ces dernières.

Le mot d'application lui-même apparaît trompeur, car il s'agit moins de mettre des mathématiques dans la physique que d'amener les questions de physique dans le champ des mathématiques – les citations précédentes l'indiquent nettement.