

RAPPORT DU GROUPE DE TRAVAIL GT 10

« LA PENSÉE MATHÉMATIQUE, SON DÉVELOPPEMENT ET SON ENSEIGNEMENT »  
AU COLLOQUE EMF 2009, DAKAR, SENEGAL, 6-10 AVRIL 2009

**Marie Nabbout**, Liban ; [marie.nabbout@usj.edu.lb](mailto:marie.nabbout@usj.edu.lb)

**Anna Sierpiska**, Québec, Canada ; [sierpins@mathstat.concordia.ca](mailto:sierpins@mathstat.concordia.ca)

**Rudolf Sträßer**, Allemagne ; [Rudolf.Straesser@math.uni-giessen.de](mailto:Rudolf.Straesser@math.uni-giessen.de)

Correspondant du comité scientifique : **Omar Rouan**, Maroc ;  
[orouan@yahoo.com](mailto:orouan@yahoo.com)

1. Introduction
2. Organisation du groupe GT 10 et résumés des présentations
3. Synthèse

---

## 1. Introduction

Les personnes suivantes ont contribué à l'organisation et à la réalisation du groupe de travail GT10 : les animateurs Marie Nabbout (Liban), Rudolf Straesser (Allemagne), Rouen Omar (France), et Anna Sierpiska (Québec, Canada), la seule à pouvoir venir au colloque ; et les conférenciers, dans l'ordre des présentations : Doris Jeannotte (Québec, Canada), Michel Serfati (France), Naim El Rouadi (Liban), Rahim Kouki (Tunisie & France), Slim Mrabet (Tunisie), Alain Kuzniak (France) et Eric Roditi (France). Alain Kuzniak ne s'est joint au groupe qu'à Dakar. Il a enrichi le travail de notre petit groupe en faisant une présentation « ad hoc », sans avoir soumis une communication écrite au préalable. La présentation était basée sur son cours donné dans le cadre de la quatorzième Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques en 2008<sup>1</sup>.

Le thème unifiant des discussions dans le groupe était celui de la notion de « raisonnement mathématique ». La question de manque de clarté au sujet de cette notion a été soulevée dans la première présentation, celle de Doris Jeannotte :

Aider les élèves à déployer des raisonnements mathématiques apparaît souvent dans les programmes scolaires comme un des objectifs principaux de l'enseignement des mathématiques. Pourtant, la notion de « raisonnement mathématique » est mal définie, difficile à communiquer et à faire apprendre.

Les contributions des autres participants ont alimenté la discussion en se penchant sur les aspects du raisonnement mathématique spécifiques de plusieurs domaines : algèbre (Michel Serfati ; Rahim Kouki), géométrie (Slim Mrabet, Alain Kuzniak), statistiques inférentielles (Eric Roditi) et modélisation dans le contexte de résolution de problèmes (Naim El Rouadi)

Nous ne sommes pas arrivés à un consensus sur une « définition » du raisonnement mathématique et encore moins à une opérationnalisation de cette

---

<sup>1</sup> Kuzniak, A. (2008). Sur la nature du travail géométrique dans le cadre de la scolarité obligatoire. Dans I. Bloch et F. Conne (Eds.), *Actes de la XIVème Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques* (pp. 1-20). Grenoble: La Pensée Sauvage Editions.

notion dans l'enseignement, mais chaque contribution a mis en valeur quelque chose qui distingue le raisonnement mathématique des raisonnements en d'autres domaines. Notre présentation de synthèse fait référence à quelques uns de ces aspects spécifiques. La notion d'Espace de Travail Géométrique, introduite dans la contribution d'Alain Kuzniak, a, en plus, inspiré certains d'entre nous à conceptualiser le raisonnement mathématique d'une manière nouvelle, comme un « travail » du mathématicien (au sens large), et donc une activité humaine, enracinée dans une réalité physique et biologique, et ayant ses propres buts, instruments et outils cognitifs, théoriques et analytiques.

## 2. Organisation du groupe GT 10 et résumés des présentations

Cette section contient une liste des contributions orales (avec les résumés) dans le groupe de travail, dans l'ordre de leur présentation lors du colloque. Chaque présentation était suivie d'une discussion ; nous en précisons le thème principal.

### Présentation 1

Titre : *Réflexion sur le raisonnement mathématique pour l'enseignement secondaire*

Conférencière : Doris Jeannotte (au nom de co-auteurs Carolyn Kieran, Stéphane Cyr)

Affiliation : Université du Québec à Montréal

Résumé : Qu'entend-t-on par raisonnement mathématique pour l'enseignement secondaire? Le programme du Québec offre une certaine vision qui apporte des besoins chez les enseignants. Le raisonnement mathématique est traité par plusieurs écrits sans qu'il y ait nécessairement cohérence entre les différentes définitions. Ce texte est une réflexion sur l'importance de définir ce qu'est le raisonnement mathématique pour l'enseignement secondaire et pour la formation des maîtres ainsi qu'un aperçu des manques et indices trouvés dans la littérature qui pourraient aider à mieux le définir.

Discussion : La question «Qu'est-ce que le raisonnement mathématique ? » est-elle bien posée ? Peut-on la préciser ?

### Présentation 2

Titre : *La constitution de la pensée symbolique mathématique. Une étude épistémologique*

Conférencier : Michel Serfati

Affiliation : IREM – Université Paris VII

Résumé : Cette étude résume quelques conclusions de travaux épistémologiques de l'auteur sur la pensée symbolique mathématique. On analyse successivement trois aspects fondamentaux, en premier lieu la constitution même de l'écriture symbolique, ensuite l'avènement corrélatif de la faculté de substituer, enfin la vertu créatrice neuve du symbolisme (le 'principe de permanence des formes symboliques').

Discussion : Caractéristiques spécifiques du raisonnement mathématique : la place des notations symboliques opérationnelles.

---

« La pensée mathématique, son développement et son enseignement »

Marie Nabbout, Liban ; [marie.nabbout@usj.edu.lb](mailto:marie.nabbout@usj.edu.lb)

Anna Sierpiska, Québec, Canada ; [sierpins@mathstat.concordia.ca](mailto:sierpins@mathstat.concordia.ca)

Rudolf Sträßer, Allemagne ; [Rudolf.Straesser@math.uni-giessen.de](mailto:Rudolf.Straesser@math.uni-giessen.de)

Correspondant du comité scientifique : Omar Rouan, Maroc ; [orouan@yahoo.com](mailto:orouan@yahoo.com)

### **Présentation 3**

Titre : *La lecture d'un texte est une opération cognitive !*

Conférencier : Naim El Rouadi

Affiliation : Université de Balamand, Liban

Résumé : Le but de cette recherche est de démontrer le rôle de la cognition et de la modélisation lors de la lecture d'un problème complexe où l'inconnue n'est pas explicite. Le public visé est formé des apprenants (15-16 ans). Le problème réside à analyser logiquement l'énoncé d'une situation qui nécessite le recours aux domaines : mathématiques, analyse logique et analyse langagière. Le résultat de la recherche a montré que cette conjugaison n'a pas été menée à bien pour la majorité des apprenants par manque de passage à la modélisation algébrique à travers l'analyse logique et langagière.

Discussion : Aspects spécifiques du raisonnement mathématique dans le contexte de résolution de problèmes (modélisation).

### **Présentation 4**

Titre : *Le raisonnement logique pour assurer un enseignement de la pensée mathématique : Le cas des équations et des fonctions algébriques*

Conférencier : Rahim Kouki

Affiliation : Université de Tunis, El-Manar, Tunis, Tunisie ; Université de Lyon, LEPS-LIRDHIST, France

Résumé : Les travaux de recherche conduits en Tunisie ont mis en évidence un recul du travail sémantique au profit du travail syntaxique dans l'enseignement secondaire, alors même que de nombreuses applications nécessitent une articulation entre les deux points de vue. C'est le cas des relations entre courbe, équations et fonctions. L'hypothèse qu'il est possible de proposer un travail favorisant cette articulation en renversant la relation entre parabole et fonction trinôme a été mise à l'épreuve dans une expérience didactique. La communication donnera un aperçu des résultats théoriques et empiriques de la recherche.

Discussion : Articulation entre aspects syntaxiques et aspects sémantiques dans le raisonnement mathématique.

### **Présentation 5**

Titre : *Développement historique des types de pensée mathématique autour du théorème de Thalès*

Conférencier : Slim Mrabet

Affiliation : Institut Supérieur de l'Éducation et de la Formation Continue de Tunis

Résumé : Le but de l'étude historique menée dans la recherche est de prouver que la grande variété des énoncés du théorème de Thalès apparus dans l'histoire révèle des modèles de type de pensée mathématique différents. L'étude de quelques traités de géométrie dont les auteurs ont marqué une période de l'histoire des mathématiques permet de discuter de la place laissée dans ces traités à la rigueur par rapport à l'intuition, du rôle et de la place de la figure autour du théorème de Thalès et de l'évolution de la niche écologique dans laquelle ce concept se place.

## Présentation 6

Titre : *De la pensée géométrique au travail géométrique*

Conférencier : Alain Kuzniak

Affiliation : Laboratoire André Revuz – DIDIREM Université Paris 7

Résumé : Le point de départ est la question, *Pourquoi enseigner la géométrie dans la scolarité obligatoire ?* Après une revue de paradigmes classiques (Géométrie naturelle, Géométrie axiomatique naturelle et Géométrie axiomatique formaliste) et une démonstration de leur insuffisance par rapport à la question posée, on propose de regarder la géométrie enseignée et apprise à l'école par le biais de la *géométrie pratiquée*, modélisée à l'aide de la notion d'« espace de travail géométrique » (ETG). La notion d'ETG met l'accent sur le fait que l'activité humaine qu'est la géométrie se déroule au sein d'interactions constantes entre un espace physique local rempli d'objets, un ensemble d'outils et d'instruments et un référentiel théorique qui est autant le résultat du travail que moyen de raisonnement menant à la résolution de problèmes et source de nouvelles questions et tâches. Quelques exemples issus d'observations des classes montrent combien les ETG des élèves peuvent être différents de ceux des enseignants.

Discussion (après les présentations 5 et 6) : Différences entre raisonnements mathématique en algèbre et en géométrie.

## Présentation 7

Titre : *Entre idéal mathématique et idéal pédagogique : une proposition didactique pour enseigner des statistiques inférentielles*

Conférencier : Eric Roditi

Résumé : Une recherche porte sur l'enseignement de statistiques inférentielles à des étudiants de sciences humaines et sociales. Elle étudie une voie dessinée entre deux idéaux, l'un mathématique et l'autre pédagogique : enseigner précisément les mathématiques sous-jacentes aux méthodes statistiques ou enseigner ces méthodes sans référence aux concepts qui les sous-tendent. Cette voie repose sur une utilisation du tableur pour concevoir des artefacts didactisés, ostensifs ou milieux didactiques.

Discussion : Aspects spécifiques du raisonnement mathématique dans le contexte des statistiques.

## 3. Synthèse

Cette section contient le texte de la « synthèse » du travail du groupe, lors de la séance de clôture du colloque.

Nous étions le plus petit groupe, avec seulement 6 contributions écrites. Il se peut que ce soit le premier des sous-thèmes mentionnés dans la description de notre groupe dans l'annonce du colloque, notamment, « *Analyses épistémologiques de différents types de pensée mathématique* », qui n'était pas très encourageant. Apparemment, de nos jours, l'épistémologie en tant qu'objet d'étude n'intéresse plus que quelques sociétés d'adoration mutuelle. Dans la perspective du thème général de ce colloque, l'épistémologie peut servir comme

---

« **La pensée mathématique, son développement et son enseignement** »

**Marie Nabbout**, Liban ; [marie.nabbout@usj.edu.lb](mailto:marie.nabbout@usj.edu.lb)

**Anna Sierpinska**, Québec, Canada ; [sierpins@mathstat.concordia.ca](mailto:sierpins@mathstat.concordia.ca)

**Rudolf Sträßer**, Allemagne ; [Rudolf.Straesser@math.uni-giessen.de](mailto:Rudolf.Straesser@math.uni-giessen.de)

Correspondant du comité scientifique : **Omar Rouan**, Maroc ; [orouan@yahoo.com](mailto:orouan@yahoo.com)

outil, mais pas comme objet principal d'étude. Même les participants du groupe s'intéressaient principalement aux questions de didactique des mathématiques, avec deux contributions seulement centrées sur l'épistémologie en tant que telle. Il s'est avéré, cependant, que même en ne s'intéressant qu'aux questions les plus pratiques, il est difficile d'échapper aux problèmes épistémologiques. (En effet, plusieurs animateurs des groupes ont mentionné, dans leurs rapports, que les discussions débouchaient souvent sur des questions épistémologiques).

Ainsi, les problèmes de la réalisation du nouveau programme d'enseignement des mathématiques au Québec, formulé en termes de compétences, a amené une des participantes à poser les questions suivantes :

« Si l'un des objectifs d'enseignement des mathématiques est d'aider les élèves à déployer des raisonnements mathématiques, il faut savoir à quoi on reconnaît ces raisonnements, comment on pousse les élèves à s'y engager et comment on évalue leur qualité. »

Ce sont des questions épistémologiques.

L'objectif des discussions dans notre groupe était donc devenu d'essayer de décrire et d'opérationnaliser la notion de raisonnement mathématique en regardant les aspects du raisonnement mathématique spécifiques de plusieurs domaines : algèbre, géométrie, statistiques inférentielles, et modélisation de situations réelles.

Nous avons eu beaucoup de problèmes à réaliser ce programme, cependant. Il se peut que la seule « définition » générale qu'on puisse donner du raisonnement mathématique soit :

« Le raisonnement mathématique est ce que font les mathématiciens, quand ils ne font pas autre chose ».

Plus sérieusement, on peut dire que le raisonnement des mathématiciens comprend tous les raisonnements possibles, si l'on prend en compte les raisonnements pensés et non seulement écrits, dans le contexte de la découverte et non seulement dans le contexte de la justification, dans les situations de communication aussi bien que dans les actes d'objectivation.

Certains types de raisonnements, cependant, ne se trouvent qu'en mathématiques ou dans les parties mathématiques des autres sciences. Il s'agit là sûrement des raisonnements dont une partie est prise en charge par un système symbolique opérationnel, permettant le traitement des expressions symboliques suivant des règles formelles, comme, par exemple, la substitution. Il s'agit aussi de raisonnements où la syntaxe et la sémantique sont régulés par un système de concepts dont le sens est déterminé d'avance et ne change pas au cours du raisonnement. Ces raisonnements portent sur des propositions de caractère hypothétique et non sur des constatations et relations factuelles.

Quant à la première caractéristique, l'enseignement des mathématiques certes la met très en valeur, au point que les élèves sortent de l'école en pensant que faire les raisonnements mathématiques consistent à traiter des expressions symboliques selon des règles précises. La seconde caractéristique est beaucoup moins apparente.

Dans la pratique de l'enseignement, l'exigence de faire référence au vécu des élèves,

le fait aussi qu'en enseignant il faut non seulement démontrer des théorèmes mais aussi expliquer les concepts et que souvent on ne fait pas de différence entre explication et démonstration, et qu'il faut, en plus, mettre les concepts en pratique avec des exercices qui ont pour but d'induire chez les élèves des routines et des habitudes, tout cela ne sert pas à faire démarquer, dans l'esprit

des élèves, les raisonnements spécifiques aux mathématiques des autres raisonnements.

Les participants du groupe ont proposé des exemples intéressants de tâches susceptibles de déstabiliser la pensée basée sur des habitudes non-questionnées pour amener les élèves à se poser des questions sur la validité de leur procédures et ainsi s'engager dans des raisonnements mathématiques.

Ils ont aussi proposé des tâches de construction de problèmes du même type que celui qu'ils viennent de résoudre pour amener les étudiants à identifier les variables, les paramètres, la structure des relations, parce que les mathématiques ne s'occupent pas de problèmes concrets et uniques. En mathématiques, on se pose toujours la question, « en quoi le problème que je viens de résoudre est-il une instance de quelque chose de plus général ? ».

Malgré toutes ces idées, cependant, je ne crois pas que la collègue concernée par la réalisation de la compétence « déployer des raisonnements mathématiques » postulée dans les programmes scolaires du Québec soit repartie avec des réponses satisfaisantes à ses questions. La réalisation de ce postulat restera un point de débat entre les enseignants jusqu'au jour où le programme changera et dans le nouveau programme, il n'y aura plus question de raisonnement mathématique en tant que compétence à enseigner et évaluer.

**ANNA SIERPINSKA**

Concordia University, Québec, Canada  
Department of Mathematics & Statistics  
[sierpins@mathstat.concordia.ca](mailto:sierpins@mathstat.concordia.ca)

---

« La pensée mathématique, son développement et son enseignement »

**Marie Nabbout**, Liban ; [marie.nabbout@usj.edu.lb](mailto:marie.nabbout@usj.edu.lb)

**Anna Sierpiska**, Québec, Canada ; [sierpins@mathstat.concordia.ca](mailto:sierpins@mathstat.concordia.ca)

**Rudolf Sträßer**, Allemagne ; [Rudolf.Straesser@math.uni-giessen.de](mailto:Rudolf.Straesser@math.uni-giessen.de)

Correspondant du comité scientifique : **Omar Rouan**, Maroc ; [orouan@yahoo.com](mailto:orouan@yahoo.com)

Page 1178