L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés

Actes du colloque emf 2006

# Pratiques enseignantes dans la transition lycée/université en Analyse

Hikma Smida – *Faculté des sciences de Tunis, Université El, Manar, Tunisie*
Imène Ghedamsi – *ISEFC, Université de Tunis, Tunisie*

**Résumé**

*Comment décrire les pratiques d'enseignement de l'Analyse réelle dans la transition lycée/université ? Comment classer ces pratiques en fonction de la prise en charge ou non des exigences cognitives ainsi que des spécificités de l'Analyse réelle et des difficultés qu'elle génère dans la transition ? Cet article comprend deux parties. Dans la première partie, nous étudions les pratiques d'enseignement de l'Analyse réelle en première année dans les universités tunisiennes, à travers l'organisation mathématique qui y réfère. Dans la deuxième partie, nous étudions les conceptions des enseignants sur un processus d'enseignement de l'analyse réelle obéissant à la complexité cognitive que sous-tend l'apprentissage et nous identifions les sollicitations de ces enseignants quant à la possibilité de réaménager cet enseignement.*

## Introduction

On s'accorde généralement à dire qu'à l'université, l'enseignement se définit comme la transmission de corpus de savoirs et de savoir-faire en vue de l'obtention de diplômes, ces derniers attestant l'acquisition des savoirs transmis. En particulier, l'enseignement des mathématiques s'articule autour d'une organisation mathématique de type : définitions, axiomes et théorèmes, d'où découlent techniques et problèmes.

Affirmer qu'un enseignement des mathématiques émerge en premier lieu de l'organisation mathématique institutionnalisée conforte l'hypothèse anthropologique relative à l'étude des pratiques enseignantes, cette hypothèse, qui part de la modélisation explicite de l'activité mathématique, est précisée par Bosch (2001) en ces termes :

> *Si nous nous situons dans une institution didactique I, cette hypothèse peut se concrétiser en disant que l'organisation didactique de l'institution (ensemble de pratiques d'enseignement et d'apprentissage systématiques et partagées dans I) dépend fortement de l'organisation mathématique*[1] *que cette organisation didactique vise à mettre en place.* (Bosch et Gascon, 2001, p. 29)

Se pose alors la question suivante : l'organisation mathématique institutionnalisée, est-elle le seul discours qui justifie et engendre les stratégies d'enseignement des mathématiques dans une institution bien déterminée ?

Divers travaux portant sur l'étude des pratiques enseignantes conduisent à l'identification du modèle d'enseignement mis en œuvre à l'aide de variables explicatives telles que les connais-

1 Ensemble de pratiques mathématiques systématiques et partagées dans l'institution.

sances du professeur (Fennema et Loef, 1992) et/ou ses conceptions (Thompson, 1992). Selon Thompson (1992), les conceptions des enseignants sont à déterminer à travers l'étude de :

> *What a teacher considers to be desirable goals of the mathematics program, his or her own role in teaching, the students' role, appropriate classroom activities, desirable instructional approaches and emphases, legitimate mathematical procedures, and acceptable outcomes of instruction* […]. (Thompson, 1992, p. 135)

L'objectif de ce travail est d'étudier les pratiques d'enseignement de l'Analyse réelle en première année mathématiques/informatique[2] dans les universités tunisiennes.

Dans la première partie, nous étudierons les pratiques d'enseignement à travers l'organisation mathématique, nous référant ainsi à l'hypothèse anthropologique. Nous tenterons alors, de donner des éléments de réponse à la question suivante : Comment se caractérise l'organisation mathématique en Analyse à l'entrée à l'université ? Quel est le lien avec le modèle d'enseignement mis en œuvre ?

Dans la deuxième partie, nous étudierons les pratiques d'enseignement à travers les conceptions des enseignants, telles que définies par Thompson (1992). Nous tenterons alors, de donner des éléments de réponse aux questions suivantes : Quels modèles d'enseignement peut-on identifier à partir des conceptions des enseignants ? Quel aménagement entre l'enseignement/apprentissage de l'Analyse à la fin du cursus secondaire et au début du cursus universitaire peut-on envisager ?

## 1. L'enseignement de l'Analyse à travers l'organisation mathématique : étude d'un corpus

Afin d'étudier l'organisation mathématique qui réfère à l'Analyse à l'entrée à l'université, nous avons fait le choix d'analyser le contenu des programmes, de quelques cours et séries de travaux dirigés de la première année mathématiques/informatique.

Il apparaît, dans les documents étudiés, que l'organisation mathématique est régie par le modèle épistémologique que l'on retrouve dans la majorité des manuels destinés à l'enseignement de l'Analyse réelle. De sorte que, l'architecture des cours commence par l'étude de certaines propriétés topologiques de IR, pour déboucher sur le calcul différentiel et le calcul intégral. Les concepts à enseigner sont tous introduits à partir de leurs définitions, celles-ci étant suivies de propriétés, théorèmes, corollaires, etc.

Cependant, l'analyse des cours et séries de TD nous a amenées à distinguer deux types de projet d'enseignement[3] :

1) Les projets où l'axiomatique, les structures et le formalisme sont le discours qui justifie et génère les savoirs et savoir-faire attendus. L'étudiant est donc sollicité de :
   - Penser la validité des énoncés mathématiques du point de vue d'un consensus légitimé par le rôle de la démonstration.
   - Développer des raisonnements tels que la preuve de conjectures, la recherche de contre-exemples ou le raisonnement par l'absurde.

2 Ce cursus est destiné à former des maîtrisards en mathématiques ou en informatique.

3 Un projet d'enseignement englobe le polycopié du cours et les séries de travaux dirigés.

- Maîtriser le travail de formalisation.

  Interprétées dans les termes de l'approche anthropologique, les pratiques enseignantes relatives à un tel projet d'enseignement relèvent d'une organisation didactique classique. De telles pratiques favorisent la combinaison de deux moments d'études : le moment technologico-théorique[4] qui est à la charge de l'enseignant et le moment du travail de la technique qui est à la charge de l'étudiant. De ce point de vue, l'enseignant assume la direction du travail de construction théorique et laisse à la charge de l'étudiant le soin de développer des habilités calculatoires et algorithmiques dans le champ de l'Analyse réelle.

2) Les projets pour lesquels la variété des choix adoptés pour démontrer, illustrer, appliquer ou approfondir des résultats mathématiques met en valeur une tentative déclarée – de la part des enseignants – de s'inscrire dans un cadre constructiviste. De tels projets favorisent ainsi une meilleure prise en compte des exigences cognitives dans un apprentissage des savoirs de l'Analyse réelle.

Dans le cadre de ces projets, l'étudiant est appelé à :

- Un travail de réflexion critique, en vue de mobiliser une démarche mathématique.
- Une prise d'initiative et un recours, de façon autonome, aux graphiques et à l'outil informatique pour contrôler, vérifier, découvrir.

Ces projets, qui combinent le moment technologico-théorique[5] et le moment exploratoire, sous-tendent une organisation didactique constructiviste.

L'étude de l'organisation mathématique, à travers des projets d'enseignement de l'Analyse réelle, permet de conjecturer deux modèles des pratiques enseignantes :

- l'un, n'obéissant qu'à la logique de l'édifice mathématique ;
- l'autre, combinant la logique de l'édifice mathématique et des exigences cognitives.

Se posent alors les questions suivantes :

1) Les deux types de projets identifiés décrivent-ils d'une manière exhaustive la réalité institutionnelle, dans une classe de première année mathématiques/informatique de l'université tunisienne ? Quelle serait la prépondérance de chacun de ces types de projets ?
2) Comment peut-on expliquer les différences mises en évidence dans les deux modèles de pratiques identifiés ?

Pour tenter de répondre à ces questions, nous avons alors estimé adéquat d'étudier les conceptions des enseignants qui interviennent dans l'enseignement de l'analyse réelle en première année mathématiques/informatique.

4 Au sens de la théorie anthropologique (Bosch et Gascon, 2001).

5 Au sens de la théorie anthropologique (Bosch et Gascon, 2001).

## 2 L'enseignement de l'Analyse à travers les pratiques enseignantes

### *2.1 Méthodologie*

Partant du fait que les conceptions des enseignants émergent, soit d'un point de vue historique, culturel, voire traditionnel, soit de leur expérience individuelle, nous avons privilégié une étude globale via un questionnaire, plutôt qu'une étude locale centrée sur la réalité de la classe et la gestion au jour le jour de l'enseignant.

En effet, l'utilisation de l'outil statistique pour tenter de cerner les conceptions de l'enseignant – et non pas le processus qui lui a donné naissance, nous semble apporter un éclairage global qui permettra d'identifier les profils des enseignants, selon leurs choix stratégiques dans le processus d'enseignement de l'Analyse réelle à l'entrée à l'université.

#### 2.1.1 Élaboration du questionnaire

**a) Questions de recherche**

En partant de l'hypothèse de travail selon laquelle les stratégies d'enseignement au supérieur ne sont pas uniquement basées sur l'édifice mathématique, nous nous proposons dans cette étude d'investiguer les conceptions des enseignants sur un processus d'enseignement obéissant à la logique du processus cognitif. Notre postulat étant :

Il y a une adéquation entre la logique du processus cognitif et la pratique de l'activité mathématique que nous déclinons à travers trois niveaux :

- Niveau mécanique : Développer des mécanismes (techniques, procédures, algorithmes, etc.).
- Niveau stratégique : Développer des stratégies de résolutions (élaborer divers types de raisonnement, apprécier et contrôler un résultat, conjecturer, etc.).
- Niveau expert : Explorer la réalité mathématique, étudier les propriétés des objets qui la composent, et les relations qui les relient. Cette exploration nécessite une grande part d'imaginaire aussi bien un imaginaire individuel qu'un imaginaire collectif.

D'où les questions qui guident cette partie de la recherche :

1) Les pratiques des enseignants obéissent-elles à des stratégies d'enseignement visant à amener les nouveaux bacheliers à développer l'activité mathématique en Analyse réelle, comme nous l'avons entendue ci-dessus ?
2) Quelles sont les représentations des enseignants quant au rôle de la démonstration en Analyse réelle ?
3) Quelles sont les attentes des enseignants quant aux prérequis en Analyse réelle des entrants à l'université ?
4) Comment peut-on expliquer les prises de décision des enseignants, quant à la prise en charge des spécificités de l'Analyse réelle ?

Deux hypothèses sous-tendent cette recherche :

1) La population des enseignants se décline en sous-populations homogènes classées suivant certaines de leurs pratiques[6], leurs attentes quant aux prérequis des nouveaux bacheliers, ainsi que leurs représentations du rôle de la démonstration ; les critères de classification[7] sont associés à la prise en compte ou non de la complexité du processus cognitif qui sous-tend l'apprentissage de l'Analyse réelle à l'entrée à l'université.

2) Les choix qui président certaines prises de décision des enseignants[8] sont motivés, soit par des préoccupations intrinsèques au champ de l'Analyse réelle, soit par des préoccupations cognitives.

**b) Questions méthodologiques[9]**

L'enjeu étant d'étudier des décisions concernant les pratiques enseignantes d'une population d'enseignants à travers celles d'un échantillon représentatif, il aurait été nécessaire de procéder à un échantillonnage aléatoire. Or, ceci suppose une condition difficilement réalisable : disposer d'une liste exhaustive des enseignants qui constituent la population de référence (la base de sondage), pour opérer au tirage au sort. C'est pourquoi nous avons opté pour la méthode des quotas.

Nous avons interrogé 57 enseignants exerçant dans quatre facultés[10] des sciences tunisiennes et ayant enseigné au moins une fois un cours ou des travaux dirigés d'Analyse réelle en première année math-informatique. De plus, ces 57 enseignants sont répartis en quatre classes selon un taux de sondage uniforme, qui correspond à la proportion des enseignants retenus dans une institution parmi les enseignants de l'institution, qui ont enseigné l'analyse en première année.

Pour les autres critères non contrôlés, la représentativité est obtenue par effet de halo, c'est le pari de cette méthode.

Une des questions centrales qui s'est posée pour rédiger ce questionnaire a été : Quelle place accorder aux questions ouvertes et aux questions fermées ?

Nous avons fait le choix d'accorder la priorité aux dernières, d'abord pour des raisons d'économie, mais aussi pour disposer des moyens de manipuler la formulation question-réponse en fonction de notre problématique de départ. Par ailleurs, sachant que les questions ouvertes favorisent, a posteriori, des perspectives beaucoup plus grandes de codage de l'information, nous avons choisi de compléter le questionnaire par des questions dont les réponses sont entièrement à la charge de l'enseignant interrogé.

De plus, pour chaque question fermée, nous avons proposé plusieurs modalités de réponses et ouvert la possibilité à l'enseignant de choisir plus d'une réponse ; ce choix étant motivé par la nécessité de classer les réponses afin d'approfondir l'analyse a posteriori.

6 Nous exposerons plus loin ce que nous entendons par certaines pratiques.

7 L'identification se fera par rapport à la classification issue des variables du questionnaire.

8 L'identification se fera par la mise en rapport de résultats, inhérents à ces prises de position, avec ceux relatifs à l'une des pratiques déclarées, du côté de l'enseignement.

9 L'intégralité du questionnaire se trouve en annexe.

10 Les facultés en question sont celles de Tunis, de Bizerte, de Monastir et de Sfax.

L'analyse des réponses s'est faite, dans une première étape à travers une analyse quantitative descriptive, et dans une seconde étape au moyen d'une analyse factorielle des correspondances via l'utilisation du logiciel SPSS.

### 2.1.2 Analyse a priori du questionnaire

Le questionnaire adressé aux enseignants a porté sur leurs caractéristiques professionnelles, leurs pratiques enseignantes, leurs représentations quant au rôle de la démonstration à ce niveau du cursus, leurs prises de décision quant aux exigences du programme et aux spécificités de l'analyse réelle, leur degré d'adhésion/flexibilité quant au programme institué à ce niveau du cursus, et leurs attentes quant aux prérequis des nouveaux bacheliers.

Dans ce qui suit, nous présenterons les choix méthodologiques relatifs à l'étude de chacune de ces dimensions.

**Sur les pratiques enseignantes**

Le choix que nous avons fait pour rendre compte des pratiques enseignantes, s'inscrit dans le cadre des résultats établis par Tall (2005)[11] concernant la logique du processus cognitif qui sous-tend l'engagement des étudiants dans la pensée mathématique savante.

Dans l'approche de Tall, apprendre veut dire développer une flexibilité proceptuelle[12]. Le cas de l'Analyse est particulièrement frappant : les procepts impliqués dans l'enseignement des débuts de l'Analyse sont selon Tall de troisième nature[13], dans le sens où ils sont associés à des symboles généralement sans dimensions instrumentales[14], mêmes s'ils produisent d'autres relations mathématiques, d'autres concepts. Par suite, développer une flexibilité proceptuelle en début de l'Analyse est une construction longue et complexe qui ne se limite pas à l'acquisition de techniques opératoires et algorithmiques. Tall (1996) insiste sur l'efficacité des expériences physiques et de la visualisation (géométrique, graphique, sur un dessin, par un logiciel ou une calculatrice) pour amener les apprenants à développer un sens intuitif des procepts de l'Analyse, et les préparer à transiter vers une forme de conceptualisation avancée – en l'occurrence formelle.

Dans cette étude nous avons fait le choix de ne pas rendre compte de la complexité cognitive[15] de la transition vers la pensée formelle et les reconstructions qu'elle requière. Toutefois, nous pensons que l'apprentissage de la démarche mathématique (expérimentation, conjecture, raisonnement, contrôle, validation), ainsi que la compréhension des idées mathématiques qui sous-tendent les énoncés de l'Analyse sont des paramètres nécessaires à l'apprentissage de l'analyse formelle.

C'est ainsi que les pratiques enseignantes ont été étudiées à partir des variables suivantes :

($V_1$) Utilisation du graphique par l'enseignant (Q12).

11 Pour plus de détails consulter aussi les travaux du groupe AMD.

12 La notion de procept exprime le fait que chaque symbole évoque respectivement le concept et le processus (à travers un contexte où le « concept » est opérationnel), d'où le nom qui lui est attribué.

13 Les deux autres natures réfèrent à d'autres domaines des mathématiques et ne font pas l'objet de ce travail.

14 Algorithmiques.

15 Voir à ce sujet Tall (2002, 2001, 1992, 1988, 1981).

($V_2$) Utilisation du formalisme et des règles de la logique mathématique par l'enseignant (Q10).

($V_3$) Compréhension des idées mathématiques à travers les applications des théorèmes (Q11) et l'explication des idées mathématiques qui sous-tendent un énoncé (Q13).

($V_4$) Apprentissage logico-théorique à travers le recours au formalisme et aux règles de la logique mathématique (Q1 et Q3), ainsi que la démonstration de théorèmes du cours (Q2).

($V_5$) Apprentissage du recours au graphique ou à la calculatrice : le recours au graphique (Q4 et Q6) et le recours à la calculatrice (Q5).

($V_6$) Apprentissage de la démarche mathématique à travers le recours à l'expérimentation(Q7), la formulation de conjectures (Q8) et la résolution d'exercices intégratifs (Q9).

($V_7$) Apprentissage de l'initiative et de l'autonomie (Q22) et (Q23).

Hormis les questions (Q22) et (Q23) qui sont codées par les réponses données, les réponses à toutes les autres questions sont codées suivant la position choisie sur l'échelle : (a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4), (aucune réponse, 9).

Dans le cadre de l'étude de la première hypothèse de la recherche, les variables ($V_1$), ($V_2$) et ($V_3$) étudient les activités de l'enseignant, la variable ($V_4$) étudie la prise en charge par l'enseignant de l'apprentissage logico-théorique de l'Analyse réelle, les variables ($V_5$) et ($V_6$) étudient la prise en charge par l'enseignant d'un apprentissage de l'analyse réelle sous-tendu par la logique du processus cognitif.

L'étude descriptive des résultats nous a permis d'établir des profils types des enseignants à travers leurs pratiques. La mise en rapport des réponses nous a permis également de procéder à l'étude de l'impact de l'enseignement sur l'apprentissage et d'affiner, dans la mesure du possible les profils déjà établis.

**Sur les représentations et les attentes des enseignants**

Les représentations des enseignants quant au rôle de la démonstration, à ce niveau du cursus, ont été étudiées à partir des variables suivantes :

($V_8$) Compréhension des notions mathématiques Q14/d, Q14/e, Q15/b et Q15/c.

($V_9$) Nécessité liée au déroulement de la suite du cours Q14/c et Q14/g.

($V_{10}$) Appui pour convaincre Q14/f.

($V_{11}$) Nécessité logico-théorique Q14/b et Q15/a.

Un premier codage de chacune des modalités intervenant dans les questions 14 et 15 a permis une étude descriptive des résultats. Le recodage des réponses suivant la priorité dans les choix de modalités a permis la classification[16] des enseignants suivant leurs représentations quant au rôle de la démonstration.

16 Cette classification s'appuie sur les quatre éventualités décrites ci-dessus.

Par ailleurs, les attentes des enseignants quant aux prérequis des néo-bacheliers ont été étudiées à partir des variables suivantes :

($V_{12}$) Utilisation du symbolisme et des règles de la logique mathématique Q16/a et Q16/b.

($V_{13}$) Raisonnement Q16/d.

($V_{14}$) Compréhension des notions mathématiques Q16/c.

Le codage de chacune des modalités intervenant dans la question 16 a permis une étude descriptive des résultats. Le recodage des réponses suivant la priorité dans les attentes quant aux prérequis des néo-bacheliers a permis la classification des enseignants selon leurs attentes.

L'exploration des deux dimensions d'étude précédentes nous a permis d'éprouver la première hypothèse qui sous-tend ce travail. Afin d'être en mesure d'étudier la deuxième hypothèse, nous avons complété le questionnaire par une troisième dimension d'étude qui concerne les prises de décision des enseignants quant aux spécificités de l'analyse réelle.

**Sur les motivations liées à certaines prises de décision : spécificités de l'Analyse réelle**

Dans la préface de Calcul Infinitésimal, Dieudonné mentionne amplement les spécificités liées à l'apprentissage de l'Analyse formelle :

> *Avoir le sens de l'analyse, c'est avoir acquis une idée intuitive des opérations de calcul infinitésimal,* […] *; mais l'épreuve qui assure que l'on est vraiment parvenu à ce stade, c'est de savoir donner des définitions précises des notions que l'on emploie, et s'en servir pour donner des démonstrations correctes ; car ces dernières ne sont jamais, en définitive qu'une mise en forme de l'intuition.* (Dieudonné, 1980)

Ces spécificités de l'Analyse nécessitent un travail de conceptualisation difficile et porteur d'une réelle exigence de flexibilité cognitive de la part des étudiants. Ce constat est d'ailleurs confirmé par Tall lorsqu'il affirme que l'aspect local de l'Analyse et la complexité cognitive qui sous-tend l'engagement des étudiants dans l'Analyse formelle ne permettent qu'à un nombre insignifiant d'entre eux d'y accéder réellement.

C'est dans cet ordre d'idées que nous avons choisi de compléter le questionnaire par une troisième dimension d'étude qui concerne les prises de décision des enseignants quant au programme institué, à l'enseignement des méthodes numériques, à la démonstration ou non de théorèmes pivots de l'Analyse réelle.

Plus précisément, nous avons interrogé les enseignants à partir des variables suivantes :

($V_{15}$) Adhésion à la chronologie spécifiée par le programme (Q20).

($V_{16}$) Démonstration de théorèmes pivots de l'Analyse réelle selon la logique spécifiée par le programme (Q18/a), (Q18/b), (Q18/c), (Q18/d) et (Q18/e).

($V_{17}$) Introduction des méthodes numériques via l'usage des TIC (Q19).

En réalité, ce choix des méthodes numériques via l'utilisation des TIC est à entendre à travers deux enjeux :

1) L'usage des TIC comme outil permettant à l'étudiant la pratique de la démarche mathématique dans un autre environnement que celui papier-crayon (expérimenter, contrôler, conjecturer, etc.), cet usage n'étant pas intrinsèque à l'Analyse réelle.
2) Le recours aux méthodes numériques comme moyen d'apprentissage efficace de l'Analyse réelle. En effet, ces méthodes offrent l'opportunité de mettre en évidence l'aspect local de l'analyse et favorisent l'engagement des étudiants dans l'analyse formelle.

Comme le dit Dieudonné, il faut savoir calculer avant de prétendre accéder à l'Analyse formelle. Or, le calcul en Analyse ne se restreint pas à un calcul algébrique ; c'est le calcul infinitésimal qui est l'essence de l'Analyse réelle. Dans une étude concernant la genèse historique du réseau des savoirs de l'Analyse[17], il nous a été possible de mesurer l'écart entre la logique de l'édifice mathématique, et celle des processus cognitifs qui ont sous-tendu la construction mathématique en Analyse réelle ; cette dernière étant née à l'occasion d'investigations infinitésimales et allant dans le sens inverse de la première.

Les questions (Q18/a), (Q18/b), (Q18/c), (Q18/d), (Q18/e), (Q19) et (Q20) sont codées 0 dans le cas où la réponse est non et 1 dans le cas où la réponse est oui.

L'étude descriptive des résultats a permis de classer les enseignants suivant leurs prises de décision. La confrontation de ces prises de décision avec les résultats de certaines pratiques déclarées a permis d'étudier les implicites qui les sous-tendent.

Notons enfin que les résultats concernant les caractéristiques professionnelles des enseignants serviront à cerner plus finement des rapports entre certains profils et l'expérience professionnelle[18] de l'enseignant.

### *2.2 Analyse des réponses*

L'analyse statistique a permis d'étudier quatre typologies ; une typologie des pratiques pour l'enseignement, une typologie des pratiques pour l'apprentissage, une typologie des représentations quant au rôle de la démonstration, et une typologie des attentes quant aux pré requis des étudiants. Le traitement statistique nous a permis d'identifier certaines prises de décision de la part des enseignants concernant les spécificités de l'analyse réelle et le programme institué.

#### 2.2.1 Sur certaines pratiques déclarées

**a) Du côté de l'enseignement**

Le tableau statistique descriptif [19] montre que pour cette dimension d'étude, l'échantillon est homogène, tandis que le test T des groupes appariés (Cf. Tableau 1/1) a confirmé qu'il n'y a pas de différence significative entre Q10 et Q13, Q10 et Q11, Q11 et Q13.

17 Que nous ne développerons pas ici, celle-ci s'inscrivant dans un cadre de recherche plus large.

18 Cette étude ne fera pas l'objet de cette communication.

19 Voir tableau 1/2 des fréquences en annexe.

Ces résultats semblent affirmer que les enseignants se préoccupent, en moyenne, souvent ou toujours d'enseigner et adhèrent ainsi à un contrat institutionnel partagé par l'ensemble de la communauté.

Tableau 1/1 – Moyennes et écarts type pour l'ensemble de l'échantillon

| | **Utilisation du graphique $V_1$** | **Utilisation du formalisme et des règles logiques $V_2$** | **Compréhension des idées mathématiques $V_3$** | |
|---|---|---|---|---|
| | Q12 | Q10 | Q11 | Q13 |
| Valide | 56 | 53 | 56 | 52 |
| Manquante | 1 | 4 | 1 | 5 |
| **Moyenne** | **2,89** | **2,89** | **3,27** | **3,04** |
| Écart type | 0,89 | 1,03 | 0,94 | 0,95 |
| Minimum | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Maximum | 4 | 4 | 4 | 4 |
| **Classement** | **3** | **3** | **1** | **2** |

Plus précisément, plus de 70 % des enseignants déclarent utiliser le graphique et appliquer les théorèmes du cours dans l'enseignement, tandis que plus de 65 % d'entre eux déclarent expliciter les idées mathématiques qui sous-tendent un énoncé en Analyse réelle.

Par conséquent, la majorité des enseignants adhère à un même modèle dans l'acte d'enseigner et manifeste clairement des préoccupations quant aux exigences cognitives sollicitées par l'apprentissage de l'Analyse réelle.

L'étude des résultats relatifs à la dimension Apprentissage nous a permis de repérer, au sein de cette population homogène, des pratiques différenciées que nous avons tentées de classer.

**b) La prise en charge de l'apprentissage par l'enseignant**

Le traitement statistique descriptif nous a permis de repérer des stabilités et des divergences dans les pratiques que les enseignants déclarent mettre en œuvre pour l'apprentissage.

Tableau 2/1- Tableau des fréquences pour chaque modalité

| | **Apprentissage logico-théorique $V_4$** | | | **Apprentissage du recours au graphique ou à la calculatrice $V_5$** | | | **Apprentissage de la démarche mathématique $V_6$** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Q1** | **Q2** | **Q3** | **Q4** | **Q5** | **Q6** | **Q7** | **Q8** | **Q9** |
| (a) : 1 | 5,26 | 28,07 | 3,51 | 1,75 | 75,44 | 91,23 | 36,84 | 40,35 | 15,79 |
| (b) : 2 | 43,86 | 52,63 | 29,82 | 38,60 | 15,79 | 1,75 | 38,60 | 40,35 | 42,11 |
| (c) : 3 | 35,09 | 8,77 | 42,11 | 40,35 | 5,26 | 3,51 | 19,30 | 10,53 | 26,32 |
| (d) : 4 | 15,79 | 8,77 | 24,56 | 17,54 | 3,51 | 1,75 | 5,26 | 5,26 | 14,04 |
| Manquante | 0 | 1,75 | 0 | 1,75 | 0 | 1,75 | 0 | 3,51 | 1,75 |
| Total | 100 | 98,25 | 100 | 100 | 100 | 98,25 | 100 | 96,49 | 98,25 |

Le tableau 2/1 montre nettement que les réponses rattachées à chacune des variables[20] des pratiques, toutes modalités confondues, ne sont pas quantitativement stables. Cependant, il nous a été possible de repérer des régularités au sein des résultats relatifs à chacune des variables, que nous décrivons dans ce qui suit.

Plus de 90 % des enseignants déclarent ne jamais ou rarement prendre en charge l'apprentissage du recours à la calculatrice (symbolique ou graphique) en Analyse. Pour bien interpréter ces résultats, il convient de rappeler que les étudiants font rarement usage de la calculatrice graphique durant leur cursus ; celle-ci ne faisant pas partie – pour des raisons d'équité sociale – des outils d'apprentissage mentionnés dans les curricula en vigueur.

C'est en analysant le reste des résultats qu'il nous a été possible d'identifier des divergences. En effet, environ 60 % des enseignants déclarent proposer aux étudiants souvent ou toujours des exercices d'Analyse réelle où ils ont recours à l'illustration graphique de la définition d'une notion, sollicitant ainsi de leur part des tâches nécessitant une familiarisation avec les notions de l'Analyse. Le reste de la population déclare le faire rarement ou jamais.

En regard de l'ensemble des résultats concernant la variable ($V_5$), il semblerait d'ores et déjà possible de décliner la population d'enseignants en deux sous-populations :

1) Une sous-population (environ 40 % de la population) formée d'enseignants ayant un profil logico-théorique, qui pensent l'apprentissage de l'Analyse réelle à travers l'édifice mathématique.
2) Une sous-population formée d'enseignants ayant un profil logico-constructif, qui pensent l'apprentissage de l'Analyse réelle conformément à la logique de l'édifice mathématique et en vertu d'intentions didactiques. Dans cette deuxième catégorie, nous avons omis intentionnellement de mentionner la prise en compte du processus cognitif, ce dernier ne peut se mesurer sans recourir aux résultats complémentaires relatifs à la variable ($V_6$).

Par ailleurs, plus de 80 % des enseignants déclarent rarement ou jamais proposer aux étudiants de démontrer des théorèmes du cours. Il semble donc que les enseignants estiment que cette responsabilité leur revient. C'est pourquoi, nous avons choisi d'inclure ce constat dans le cadre des interprétations faites au niveau de la dimension Enseignement et de ne plus le considérer comme indicateur de la dimension Apprentissage.

Afin de voir plus clair au niveau des interprétations concernant les variables $V_4$ et $V_6$ et de la réalité des sous-populations identifiées ci-dessus, nous nous sommes appuyées sur d'autres paramètres statistiques (voir tableau 2/2).

20 À savoir $v_4$, $v_5$ et $v_6$.

Tableau 2/2 – Moyennes et écarts type pour l'ensemble de l'échantillon

| | Apprentissage logico-théorique $V_4$ | | | Apprentissage du recours au graphique ou à la calculatrice $V_5$ | | | Apprentissage de la démarche mathématique $V_6$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Q1 | Q2 | Q3 | Q4 | Q5 | Q6 | Q7 | Q8 | Q9 |
| Valide | 57 | 56 | 57 | 56 | 57 | 56 | 57 | 55 | 56 |
| Manquante | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | 1 |
| **Moyenne** | **2,61** | **1,98** | **2,88** | **2,75** | **1,37** | **1,14** | **1,93** | **1,8** | **2,39** |
| Écart type | 0,82 | 0,86 | 0,83 | 0,77 | 0,75 | 0,55 | 0,88 | 0,85 | 0,93 |
| Minimum | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Maximum | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| **Classement** | **3** | **5** | **1** | **2** | **8** | **9** | **6** | **7** | **4** |

L'application du test T pour groupes appariés a confirmé qu'il n'y a pas de différence significative entre Q1 et Q3 : ceci semble affirmer que ces questions étudient bien des déclarations concernant la même variable : dans ce cas l'apprentissage logico-théorique.

D'autre part, l'application du test T pour groupes appariés a aussi montré qu'il n'y a pas de différence significative entre Q1 et Q4 et entre Q3 et Q4 : ceci nous permet de retenir les profils pointés ci-dessus en prenant en compte la variable[21] ($V_4$).

Enfin, l'application du test T pour groupes appariés a aussi confirmé qu'il n'y a pas de différence significative entre Q1 et Q4, Q1 et Q9, Q9 et Q4. Rappelons que la question Q9 qui constitue l'un des paramètres d'étude la variable ($V_3$), décrit la prise en charge de l'apprentissage de divers modes de raisonnement, de validation à travers la résolution d'exercices intégratifs mettant en œuvre le réseau des savoirs en Analyse réelle[22].

Par ailleurs, le traitement statistique (Cf. tableau 2/3) a montré que les enseignants qui déclarent proposer aux étudiants des tâches mettant en œuvre l'aspect heuristique du graphique en vue de développer leur capacité à expérimenter constituent un peu plus du tiers de la sous-population logico-constructif.

Tableau 2/3 – Tableau croisé pour deux questions pour toutes les modalités

| | | Recours à l'illustration graphique d'une définition (Q4) | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Recours à l'expérimentation via un support graphique (Q7) | | Jamais ou presque jamais | Souvent ou toujours | Sans réponse | |
| | Jamais ou rarement | 38,6 % | 35,1 % | 1,8 % | 75,4 % |
| | Souvent ou toujours | 1,8 % | 22,8 % | | 24,6 % |
| Total | | 40,4 % | 57,9 % | 1,8 % | 100,0 % |

21 Toutefois, le tableau des fréquences montre que la prépondérance des effectifs dans chacune des sous-populations est sensiblement modifiée.

22 Ce constat nous a amenés à affiner la description du profil logico-constructif comme pointé ci-dessous.

C’est pourquoi, à travers l’étude des pratiques, nous retenons finalement dans l’échantillon trois formes d’homogénéité que nous décrivons par trois profils type :

1) Le profil logico-théorique (environ 40 % de l’ensemble de l’échantillon) ; ce profil décrit la population qui pense l’apprentissage de l’Analyse réelle conformément à la logique de l’édifice mathématique. Le mode d’action de cette population témoigne ainsi d’une non prise en charge des exigences cognitives.
2) Le profil logico-constructif (environ 35 % de l’ensemble de l’échantillon) ; ce profil décrit la population qui pense l’apprentissage de l’Analyse réelle conformément à la logique de l’édifice mathématique et en vertu d’intentions didactiques. Le mode d’action de cette population témoigne de préoccupations cognitives qui se traduisent notamment à travers la prise en charge de l’apprentissage de divers modes de raisonnement, de validation, dans des contextes où les savoirs de l’Analyse réelle sont opérationnels.
3) Le profil logico-cognitif (environ 25 % de l’ensemble de l’échantillon) ; ce profil décrit la population qui pense l’apprentissage de l’Analyse réelle conformément à la logique de l’édifice mathématique et celle du processus cognitif. Le mode d’action de cette population témoigne d’une prise en charge des exigences cognitives dans l’apprentissage de l’Analyse réelle : le recours à des outils didactiques spécifiques à l’Analyse, le recours à l’expérimentation, le recours à divers modes de raisonnement et de validation.

Signalons toutefois, que plus de 80 % des enseignants déclarent rarement ou ne jamais proposer aux étudiants des tâches amenant les étudiants à formuler une conjecture. Des analyses statistiques supplémentaires ont confirmé la non adéquation de ce constat avec le reste des résultats. Il semblerait que l’énoncé de cette question est porteur de biais et laisse supposer que les enseignants ont interprété la conjecture du strict point de vue de la pratique de l’activité mathématique du niveau expert. Nous avons donc fait le choix de ne pas retenir ce résultat comme indicateur des pratiques, une reformulation de la question et son étude se feront à travers des entretiens avec certains enseignants ayant répondu au questionnaire et ne fera pas l’objet de cette communication.

Enfin, les enseignants déclarent corriger en moyenne environ 50 % des exercices proposés et laisser en moyenne environ 33 % des exercices à la charge de l’étudiant. En soumettant les deux moyennes au test « T de Student », il s’est avéré que cette différence est légèrement significative en faveur de la correction des exercices par l’enseignant. Ce résultat laisse supposer que les enseignants se préoccupent modérément de favoriser un cadre de travail autonome et interactif – nécessaire à l’apprentissage.

Afin de voir plus clair au niveau de ce résultat, nous avons entrepris de comparer les scores globaux obtenus pour chacune des dimensions Apprentissage et Enseignement, ce qui a été colligé au tableau 3.

Tableau 3- Sores globaux – Apprentissage/Enseignement

| | **Score standardisé_Apprentissage** | **Score standardisé_Enseignement** |
|---|---|---|
| Valide | 53 | 50 |
| Manquante | 4 | 7 |
| **Moyenne** | **52,15** | **75,75** |
| Écart type | 8,78 | 16,40 |
| Minimum | 36,11 | 31,25 |
| Maximum | 80,56 | 100 |

Ce résultat nous laisse penser qu'il y a une différence significative entre les deux dimensions d'étude, en faveur de la dimension Enseignement. En soumettant les deux moyennes à un test statistique de signification, à savoir le «T de Student», il s'est avéré que cette différence est très significative en faveur de la dimension Enseignement. Ce qui semble dire que les pratiques des enseignants privilégient la composante Enseignement, considérant de ce fait que la composante Apprentissage n'est pas entièrement à leur charge.

Par conséquent, l'entrée à l'université véhicule une demande institutionnelle nouvelle : celle d'une gestion personnelle par l'étudiant de ses propres apprentissages.

### 2.2.2 Sur des indicateurs mesurant les représentations et les attentes des enseignants

À la lecture du tableau (voir tableau 4/1) des fréquences relatives à la dimension concernant le rôle de la démonstration, on s'aperçoit que plus de 90 % des enseignants ne se représentent pas la démonstration en Analyse comme moyen de convaincre les étudiants de la validité des énoncés mathématiques. Par ailleurs, presque 65 % d'entre eux ne la conçoivent pas en priorité, comme outil logico-théorique de validation.

Tableau 4/1- Tableau des fréquences pour deux modalités

| | **Compréhension des notions mathématiques $V_8$** | | | | **Nécessité liée au déroulement de la suite du cours $V_9$** | | **Appui pour convaincre $V_{10}$** | **Nécessité logico-théorique $V_{11}$** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Q14/d | Q14/e | Q15/b | Q15/c | Q14/c | Q14/g | Q14/f | Q14/b | Q15/a |
| Choix classé en priorité | 8,77 | 14,04 | 57,89 | 40,35 | 33,33 | 15,79 | 5,26 | 10,53 | 7,02 |
| Non classé | 70,18 | 70,18 | 21,05 | 19,30 | 40,35 | 68,42 | 77,19 | 64,91 | 64,91 |

Quel est alors le rôle prépondérant de la démonstration en Analyse réelle ?

Plus de 50 % des enseignants choisissent de démontrer un résultat, parce qu'ils estiment que cette démonstration est nécessaire à la compréhension de la suite du cours, ou encore à l'acquisition de nouveaux savoirs. Tandis que plus de 30 % des enseignants déclarent ne pas faire les démonstrations qu'ils estiment difficiles. Dans ces deux cas, le rôle de la démonstration est fortement lié à des préoccupations didactiques. Le reste de la population conçoit le rôle de la démonstration du point de vue strictement logico-théorique.

Le tableau (voir tableau 4/2) des fréquences relatives à la dimension d'étude des attentes quant aux prérequis des étudiants a montré que presque la moitié des enseignants classe en priorité les manques des étudiants en termes de raisonnement. Le reste de la population est à parts presque égales, partagé entre des priorités liées à l'utilisation du formalisme, à l'utilisation de la logique mathématique et à la compréhension des notions mathématiques.

Tableau 4/2- Tableau des fréquences pour deux modalités

| | **Utilisation du symbolisme et des règles de la logique mathématique $V_{12}$** | | **Raisonnement $V_{13}$** | **Compréhension des notions mathématiques $V_{14}$** |
|---|---|---|---|---|
| | Q16/a | Q16/b | Q16/d | Q16/c |
| Choix classé en priorité | 28,07 % | 22,81 % | 45,61 % | 22,81 % |
| Non classé | 36,84 % | 26,32 % | 12,28 % | 31,58 % |

Afin d'interpréter ce résultat, il convient de souligner qu'au lycée, les tâches qui favorisent le développement des capacités de raisonnement en analyse réelle n'occupent pas une place importante.

Une étude complémentaire et qui ne fait pas l'objet de ce texte[23], devrait nous permettre de mesurer le lien entre de telles attentes et des pratiques enseignantes qui favorisaient une meilleure prise en compte de certains phénomènes liés à la transition.

### 2.2.3 Sur des indicateurs mesurant les motivations liées à certaines prises de décision

L'analyse statistique a montré que la majorité des enseignants déclare suivre la chronologie spécifiée par le programme. Ceci réaffirme, encore une fois, que les enseignants adhèrent au contrat institutionnel en acte et que leurs choix s'accomplissent à travers les exigences de ce contrat. En effet, à l'université tunisienne les programmes sont élaborés sur la base d'un consensus, après consultation de tous les enseignants.

Par ailleurs, une première observation du tableau ci-après pointe clairement un partage de la population à parts presque égales, suivant deux prises de position opposées (environ 44 % de la population sont pour l'introduction des méthodes numériques via TIC, tandis qu'environ 46 % n'y sont pas favorables).

23 Mais vraisemblablement l'objet de la communication.

Tableau 5- Tableau croisé pour deux variables pour toutes les modalités

| | | Prise de position : chronologie spécifiée par le programme $V_{15}$ | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Prise de position : Méthodes numériques $V_{17}$ | | Non : 0 | Oui : 1 | Sans réponse | |
| | Non : 0 | 3,5 % | 33,3 % | 8,8 % | 45,6 % |
| | Oui : 1 | 8,8 % | 33,3 % | 1,8 % | 43,9 % |
| | Sans réponse | | 7,0 % | 3,5 % | 10,5 % |
| Total | | 12,3 % | 73,7 % | 14,0 % | 100,0 % |

Ce résultat interroge les implicites qui sous-tendent l'intérêt porté par environ la moitié des enseignants à cette partie de l'Analyse : quelles sont les raisons, qui ont amené les enseignants à faire ce choix[24] ?

Au vu des résultats statistiques, plus de la moitié de la population interrogée choisit de démontrer un énoncé en priorité pour aider à la compréhension des concepts de l'Analyse réelle et déclare être favorable à l'introduction des méthodes numériques. De plus, l'échantillon est homogène quant à la décision d'expliquer les idées mathématiques qui sous-tendent un énoncé.

Si nous prenons en compte que

- l'explication des idées mathématiques qui sous-tendent un énoncé de l'Analyse,
- le rôle attribué à la démonstration en tant que moyen favorisant la compréhension des concepts,
- le recours aux méthodes numériques via TIC.

sont des facteurs qui contribuent à la prise en charge des difficultés inhérentes à l'Analyse réelle, il est légitime de conjecturer que les motivations qui président le choix de la moitié des enseignants sont liées à leur volonté de prendre en charge les spécificités de l'Analyse réelle et les difficultés qu'elles génèrent.

Il ne semble donc pas utopique de penser un projet d'aménagement ; la description détaillée de son intérêt pour l'apprentissage amènera vraisemblablement un nombre important d'enseignants à y adhérer. Mais c'est là une autre question, que nous n'aborderons pas dans le cadre de cette étude.

## Conclusion

S'inscrivant dans le cadre d'une recherche plus large, l'étude que nous avons faite n'est pas exhaustive, elle nous a toutefois permis d'investiguer les hypothèses de ce travail et de poser de nouvelles questions de recherche.

L'étude des organisations mathématique en vigueur, a mis en évidence deux modèles des pratiques enseignantes en Analyse réelle à l'entrée à l'université : un modèle classique et un modèle constructif[25].

24 Une étude complémentaire sur ces implicites se fera à travers des entretiens de certains enseignants ayant répondu au questionnaire.

25 Interprétés dans les termes de l'approche anthropologique.

Afin de voir plus clair au niveau de ce résultat et d'affiner les modèles identifiés, nous avons entrepris l'étude des pratiques d'enseignement à travers les conceptions des enseignants.

La méthodologie exploratoire a alors montré que l'hétérogénéité des enseignants pouvait être décrite en termes de classes de pratiques, associées à la prise en charge ou non des exigences liées à la complexité du processus cognitif dans l'apprentissage de l'Analyse réelle.

Une première étude statistique a montré que l'échantillon est homogène par rapport à la dimension des pratiques, du côté de l'enseignant. Par conséquent, la majorité des enseignants adhèrent à l'obligation institutionnelle d'enseigner et manifestent des préoccupations quant aux exigences cognitives générées par l'apprentissage de l'Analyse réelle à l'entrée à l'université. Ayant suivi eux-mêmes un enseignement universitaire régi par les mêmes principes institutionnels, les enseignants semblent concevoir leur métier à travers une expérience modelée par une culture commune.

Dans une deuxième étape, l'étude de la dimension Apprentissage a permis de repérer dans l'échantillon trois formes d'homogénéité que nous décrivons par trois profils type :

1) Le profil logico-théorique ; celui-ci décrit la population qui pense l'apprentissage de l'Analyse réelle conformément à la logique de l'édifice mathématique. Le mode d'action de celle-ci témoigne ainsi d'une non prise en charge des exigences cognitives.
2) Le profil logico-constructif ; celui-ci concerne les enseignants qui pensent l'apprentissage de l'Analyse réelle conformément à la logique de l'édifice mathématique et en vertu d'intentions didactiques. Les pratiques de ces enseignants témoignent de préoccupations cognitives qui se traduisent notamment à travers la prise en charge de l'apprentissage de divers modes de raisonnement, de validation, dans des contextes où les savoirs de l'Analyse réelle sont opérationnels.
3) Le profil logico-cognitif ; celui-ci concerne les enseignants qui pensent l'apprentissage de l'Analyse réelle conformément à la logique de l'édifice mathématique et celle du processus cognitif. Les pratiques de ces enseignants témoignent d'une prise en charge des exigences cognitives dans l'apprentissage de l'Analyse réelle : le recours à des outils didactiques spécifiques à l'Analyse, le recours à l'expérimentation, le recours à divers modes de raisonnement et de validation.

Des analyses statistiques complémentaires ont montré que les pratiques enseignantes privilégient la composante Enseignement à la composante Apprentissage, générant de ce fait une demande institutionnelle nouvelle : la gestion personnelle par l'étudiant de ses propres apprentissages.

Dans cette étude, nous avons aussi entrepris d'expliquer certaines prises de décision des enseignants, quant à la prise en charge des difficultés inhérentes aux spécificités de l'Analyse à l'entrée à l'université. Force est de constater qu'une proportion assez représentative de l'échantillon laisse entendre l'utilité, dans l'apprentissage de l'Analyse réelle à l'entrée à l'université, du recours aux méthodes numériques via les technologies de l'information et de la communication. Ce constat nous laisse supposer que la moitié des enseignants adhérerait à un aménagement qui favoriserait une meilleure prise en charge du travail de conceptualisation en Analyse réelle.

Mais l'étude de la pertinence d'un tel projet demeure incomplète ; des analyses complémentaires devraient nous amener à affiner nos résultats et avancer dans nos investigations.

## Références


Bosch M., et Gascon J. (2001). Theories et Empiries. *Actes de la XIe École d'été de Didactique des mathématiques*. Édition La Pensée Sauvage, Grenoble.

Bosch M., et Chevallard Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *19*(1), 77-123. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Brousseau G. (1996). L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. *Actes de la VIIIe école d'été de didactique des mathématiques*. IREM de Clermont-Ferrand.

Chevallard Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *19*(2), 221-265. La Pensée Sauvage, Grenoble.

De Singly F. (1992). *L'enquête et ses méthodes : Le questionnaire*. Éditions Nathan, Paris.

Dieudonné J. (1978). *Abrégé d'histoire des mathématiques. Tome I et II*. Hermann, éditeurs des sciences et des arts.

Dieudonné J. (1980). *Calcul infinitésimal*. Éditions Hermann.

Fennema E., et Loef M. (1992). Teachers knowledge and its impact. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 147-164. Éditions D. Growns.

Hairer E., Wanner G. (2000). *L'analyse au fil de l'histoire*. Édition Springer, Berlin.

Sfard A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions : reflections on process and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, *22*, 1-36. Éditions Hans Freudenthal.

Smida H. (2003). Le réel et l'imaginaire en mathématiques. *Actes du colloque : Le réel et l'imaginaire en politique et en sciences*. Édition Beit El Hikma, Tunis.

Smida H. (2004). L'enseignement des mathématiques en Tunisie : genèse et destinée. *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2003*. Éditions, CNP, Tunis.

Tall D. et Vinner S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, *12*, 151-169. Éditions Hans Freudenthal.

Tall D. (1988). Concept image and concept definition. *Senior Secondary Mathematics Education*, 37- 41. Éditions Jan de Lange, Michiel Doorman.

Tall D (1992). The transition to advanced mathematical thinking : functions, limits, infinity and proof. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 495 – 511. Éditions DA. Grouws.

Tall D. (1996). Functions and calculus. *International Handbook of Mathematics Education*, 289- 325. Éditions C. Laborde *et al*.

Tall D. (2001). Developing formal mathematical concepts over time. *Proceeding of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *2*, 241-248. Éditions Van Den Heuvel-Pabhuizen.

Tall D. (2002). Natural and formal infinities. *Educational Studies in Mathematics*, *48*(2/3), 199-238.

Tall D. (2005). Thinking through three worlds of mathematics. *Proceedings of PME (2004)*.

Thompson A.G. (1992) Teachers' beliefs and conceptions : a synthetis of the research. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 127-146. Éditions D. Growns.

**Pour joindre les auteurs**

Hikma Smida
Faculté des sciences de Tunis, université El Manar.
Hikma.Smida@minedu.edunet.tn.

Imène Ghedamsi
ISEFC, université de Tunis.
ighedamsi@yahoo.fr.

**Annexe**

Tableau 1/2 – Tableau des fréquences pour chaque modalité

| | **Utilisation du graphique V1** | **Utilisation du formalisme et des règles logiques V2** | **Compréhension des idées mathématiques V3** | |
|---|---|---|---|---|
| | Q12 | Q10 | Q11 | Q13 |
| 1 | 7,02 | 8,77 | 7,02 | 7,02 |
| 2 | 22,81 | 28,07 | 12,28 | 17,54 |
| 3 | 42,11 | 21,05 | 26,32 | 31,58 |
| 4 | 26,32 | 35,09 | 52,63 | 35,09 |
| Manquante | 1,75 | 7,02 | 1,75 | 8,77 |
| Total | 98,25 | 92,98 | 98,25 | 91,23 |

**Questionnaire aux enseignants**

Informations personnelles

a) Établissement d'origine ____________________

b) Âge ____________________ Sexe ____________________

c) Nombre d'années d'enseignement dans le supérieur ____________________

d) Grade ____________________

e) Ancienneté dans le grade ____________________

f) Avez-vous déjà enseigné un cours d'analyse en MI1 ? ____________________

Si oui, durant combien d'années ____________________.

Si oui, l'avez-vous enseigné durant les dix dernières années ? ____________________

g) Avez-vous déjà enseigné un TD d'analyse en MI1 ? ____________________

Si oui, durant combien d'années ____________________

Si oui, l'avez-vous enseigné durant les dix dernières années ? ____________________

h) Avez-vous déjà enseigné au lycée en classe de terminale ? ____________________

Si oui, durant combien d'années ____________________

Si oui, avez-vous enseigné ce niveau du cursus durant les dix dernières années ____________________

---

Ce questionnaire est destiné à des enseignants qui ont assuré ou non un cours ou un TD d'Analyse réelle en première année.

Si vous faites partie de ceux qui n'ont jamais assuré un cours ou un TD d'Analyse réelle en première année, veuillez répondre dans le sens des choix que vous auriez fait au cas où vous auriez la charge de cet enseignement.

Merci pour votre collaboration.

Veuillez pour les questions de 1) jusqu'à 13), mettre une croix dans une seule des quatre cases de l'échelle, dont la première (a) équivaut à la mesure jamais et la dernière (d) équivaut à la mesure toujours.

| Question | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1) Dans quelle mesure proposez-vous aux étudiants des exercices d'Analyse réelle dont la résolution nécessite le recours à une technique de routine. | a | b | c | d |
| 2) Dans quelle mesure proposez-vous aux étudiants des exercices d'Analyse réelle consistant à démontrer des théorèmes du cours. | a | b | c | d |
| 3) Dans quelle mesure proposez-vous aux étudiants des exercices d'Analyse réelle dont la résolution nécessite l'utilisation du symbolisme et des règles de la logique mathématiques. | a | b | c | d |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4) Dans quelle mesure proposez-vous aux étudiants des exercices d'Analyse réelle où ils ont recours à l'illustration graphique de la définition d'une notion. | a | b | c | d |
| 5) Dans quelle mesure proposez-vous aux étudiants des exercices d'Analyse réelle où ils sont amenés à utiliser la calculatrice. | a | b | c | d |
| 6) Dans quelle mesure proposez-vous aux étudiants des exercices d'Analyse réelle où ils sont amenés à utiliser la calculatrice graphique. | a | b | c | d |
| 7) Proposez-vous aux étudiants des exercices d'Analyse réelle où ils sont amenés à faire des expérimentations en utilisant un support graphique. | a | b | c | d |
| 8) Dans quelle mesure proposez-vous aux étudiants des exercices d'Analyse réelle pour lesquels ils sont amenés à formuler une conjecture. | a | b | c | d |
| 9) Dans quelle mesure proposez-vous aux étudiants des exercices d'Analyse réelle faisant appel à plusieurs notions à la fois, à traiter chez eux. | a | b | c | d |
| 10) Dans quelle mesure utilisez-vous les quantificateurs quand vous énoncez une définition d'une notion de l'Analyse réelle. | a | b | c | d |
| 11) Dans quelle mesure donnez-vous des exemples d'applications des théorèmes d'Analyse réelle que vous énoncez. | a | b | c | d |
| 12) Dans quelle mesure utilisez-vous un support graphique lorsque vous définissez une notion de l'Analyse réelle. | a | b | c | d |
| 13) Dans quelle mesure expliquez-vous l'idée mathématique sous-tendue par un énoncé de l'Analyse réelle. | a | b | c | d |

Si vous choisissez plus d'une réponse pour les questions 14), 15) et 16), veuillez classer les réponses (en les numérotant par 1, 2, etc.) selon le choix qui vous convient le plus.

14) Faites-vous le choix d'admettre un théorème d'Analyse réelle parce que vous estimez que :

a) La démonstration est technique. ☐

b) La démonstration est facile et laissée à la charge de l'étudiant. ☐

c) La démonstration est difficile. ☐

d) La démonstration n'affecte pas le déroulement de la suite du cours. ☐

e) L'énoncé est évident. ☐

f) Il suffit de convaincre en utilisant un support graphique ou autre. ☐

g) L'énoncé est un pré requis des étudiants. ☐

15) Faites-vous le choix de démontrer un théorème d'Analyse réelle :

a) Pour prouver qu'il est vrai du point de vue logico-théorique.

b) Pour faire comprendre les notions en jeu.

c) Parce que vous estimez que la démonstration est importante pour le déroulement de la suite du cours.

16) Selon vous, les difficultés les plus courantes rencontrées par les étudiants dans l'apprentissage de l'Analyse réelle en première année concernent

a) L'utilisation du symbolisme et du formalisme mathématiques.

b) L'utilisation des règles de la logique mathématique.

c) La compréhension des notions mathématiques.

d) Le raisonnement.

Veuillez pour les questions de 17) jusqu'à 20), répondre par oui ou par non.

17) Démontrez-vous

a) Tous les théorèmes.

b) La plupart des théorèmes.

c) Aucun théorème.

18) Parmi ces théorèmes, quels sont ceux que vous démontrez.

a) Théorème des segments emboîtés.

b) Théorème de Bolzano-Weierstrass.

c) Théorème des valeurs intermédiaires.

d) Théorème de Rolle.

e) Théorème des accroissements finis.

19) Pensez-vous que le programme d'Analyse réelle en première année devrait contenir une partie de calcul numérique faisant appel à des outils technologiques.

20) Adoptez-vous la chronologie spécifiée dans le programme pour enseigner les notions de l'Analyse réelle ?

Veuillez pour les questions de 21) jusqu'à 23), formuler une réponse.

21) Au cas où vous n'adoptez pas la chronologie spécifiée dans le programme, veuillez mentionner la chronologie que vous adoptez ?

________________________________________

________________________________________

________________________________________

________________________________________

22) Sur une liste d'exercices proposés, quel est le pourcentage d'exercices ________________ que vous corrigez vous-même.

23) Sur une liste d'exercices proposés, quel est le pourcentage d'exercices ________________ dont la solution est proposée par les étudiants.