

VULGARISER LES ZONES D'OMBRE

Benoît RITTAUD*

Résumé – Nous nous penchons sur la question de l'esprit critique, en montrant dans quelques types de situations qu'il convient de réfléchir sur une vulgarisation qui ne fasse pas systématiquement la part trop belle aux mathématiques. L'adoration naïve pour les « chiffres », la compréhension impropre des probabilités et autres problèmes du même ordre doivent nous interroger sur le meilleur moyen de présenter les limites des mathématiques, et non pas seulement leurs succès.

Mots-clefs : limites des mathématiques, esprit critique, nombres, probabilités

Abstract – We consider the question of critical mind, showing in several cases that we need to think to a popularization which would not systematically show mathematics in a positive way. Naive fascination for « figures », incorrect understanding of probabilities and other problems of the same kind ask us on the best way to present the limits of mathematics, and not only their success.

Keywords: limits of mathematics, critical mind, numbers, probability

Il est courant de définir la vulgarisation d'un domaine donné du savoir comme une tentative d'explication non-scolaire de ce en quoi ce domaine consiste. Dans une telle perspective, un élément fort de la discussion porte naturellement, indépendamment des questions de méthode, sur la « dose raisonnable », c'est-à-dire le niveau où placer le curseur entre cours magistral exhaustif et présentation générale et simplifiée (la réponse dépendant, bien entendu, du public visé). Même si l'on se met d'accord sur une vulgarisation dépouillée de tout contenu technique, mêlée d'éléments ludiques ou encore accordant une large place aux liens avec d'autres domaines (du savoir, de la culture, ou autre), il s'agit de permettre au récepteur de s'enrichir d'outils nouveaux. Outre le modèle de l'enseignement, dont il est toujours difficile de s'extraire complètement, l'on voit percer ici l'intention parfois publicitaire de la vulgarisation, intention explicitement formulée lorsqu'on en soutient la légitimité et l'importance au motif qu'il faudrait « faire changer le regard du public », voire « attirer davantage d'étudiants ».

De telles intentions laissent naturellement peu de place à une vulgarisation qui s'attacherait moins aux succès qu'aux zones d'ombre. S'agissant des mathématiques, force est pourtant de reconnaître que ces dernières ne manquent pas. L'objectif de ce qui suit est de présenter quelques éléments pour une vulgarisation qui en tiendrait compte. Il ne s'agit pas, bien sûr, de proposer de faire une quelconque contre-publicité aux mathématiques pour le seul plaisir de se démarquer. Notre objectif est de donner des pistes pour une vulgarisation des mathématiques qui valoriserait avant tout la *lucidité* du public. Il ne s'agit donc pas de vulgarisation au sens courant, mais plutôt d'une invitation au sens critique. Un tel travail de « méta-vulgarisation » a vocation à être mené par les mathématiciens eux-mêmes ou au moins par leurs médiateurs les plus reconnus et les mieux identifiés de public. Il s'agit en effet d'éviter toute méprise, car il va de soi qu'un discours sur les limites des outils mathématiques ne sera pas compris de la même manière selon qu'il émane d'un mathématicien ou de quelqu'un d'extérieur aux mathématiques. Ce point me semble mériter une attention toute particulière dans le contexte actuelle de défiance grandissante du public envers la science en général.

Pour mener ces réflexions, je me fonde sur une expérience ancienne de la vulgarisation (articles de magazines, livres, conférences, émissions de radio et de télévision) auprès de publics variés - avec une préférence pour les publics les plus éloignés des mathématiques

* Université Paris-13, Institut Galilée, Laboratoire Analyse, Géométrie et Applications – France – rittaud@math.univ-paris13.fr

(établissements scolaires non scientifiques, comités d'entreprise, universités populaires). Ma relative visibilité médiatique me vaut régulièrement des contacts avec des publics assez différents. Par ailleurs, ayant publiquement pris position dans le débat hautement polémique sur les changements climatiques, j'ai pu observer de près la manière dont la science en générale et les mathématiques en particulier sont mal comprises par nos contemporains, non seulement dans leurs aspects techniques mais, surtout, dans leur dimension intellectuelle elle-même.

I. L'ADORATION NAÏVE DES MATHÉMATIQUES

Un passage obligé des discours sur la vulgarisation des mathématiques consiste à se désoler du peu de cas que la société civile fait des mathématiques. Ce discours, qui contient bien sûr une part de vérité, ne doit pourtant pas masquer le fait qu'il existe une réelle fascination pour les mathématiques, fascination qui touche un très large public. Selon l'expérience de l'auteur, et contrairement à une représentation courante, cette fascination ne s'exerce pas principalement sur les applications des mathématiques, pourtant immenses et essentielles au fonctionnement de nos sociétés actuelles. Si les mathématiques fascinent, c'est d'abord pour la part de « magie » qui semble les habiter. On ne compte plus les amateurs naïfs qui s'attellent, aujourd'hui comme hier et sans aucun doute demain, à l'étude des nombres premiers, à celles de la quadrature du cercle, ou encore à celle du nombre d'or, perçu comme une « clé de l'univers ».

Malheureusement, l'adoration presque mystique pour les mathématiques ne se cantonne pas à ces passionnés plutôt sympathiques. C'est en effet au cœur même de notre information quotidienne qu'elle se niche désormais, habillée de tout le sérieux qui convient. Un exemple récent a été donné par le Département des Affaires Économiques et Sociales des Nations Unies, dans ses prospectives sur la population mondiale (révision 2010, rendue publique le 3 mai 2011). Sur la page de leur site internet consacrée aux questions les plus fréquentes¹, l'on apprend que la population mondiale a atteint les trois milliards le 20 octobre 1959, les quatre milliards le 27 juin 1974, et ainsi de suite. Les dix milliards seront atteints très exactement le 18 juin 2083. Une telle manière de présenter les choses rappelle ce que Jean-Pierre Kahane a une fois appelé la *crétinisation*, la tentative délibérée d'abaisser le niveau intellectuel du public à des fins de communication. Les dates précédentes ont bel et bien été *calculées*, par interpolation exponentielle des estimations annuelles de population mondiale. À l'heure où ces lignes sont écrites, il est trop tôt pour savoir si des médias se seront fait l'écho, le 31 octobre 2011, de l'estimation onusienne selon laquelle nous atteindrons très exactement les sept milliards d'individus ce jour-là. Il est à craindre que oui, et que la compréhension par le public des notions d'approximation, d'intervalle de confiance et d'ordre de grandeur en sera une fois encore affaiblie.

Cette fascination aussi naïve pour les mathématiques est bien sûre exploitée à l'envi pour obtenir la confiance ou l'adhésion, y compris dans des milieux dont on pourrait attendre un esprit critique en éveil. Ainsi, dans tel rapport sur telle politique publique, l'on trouve force formules mathématiques destinées à illustrer combien les conclusions du rapport sont « statistiquement fondées ». Des formules plus d'une fois inutiles, voire fausses, et la plupart du temps fort mal expliquées. Des formules qui n'ont bien entendu été lues par personne, seulement aperçues, juste assez pour créer une impression favorable de « sérieux scientifique ».

¹ <http://esa.un.org/unpd/wpp/Other-Information/faq.htm>

Côté pile, on peut se réjouir de voir que les mathématiques disposent d'une aura telle qu'on ne juge plus nécessaire de questionner la pertinence de tout ce qui tâche de s'y rattacher. Côté face, il y a de quoi se lamenter de ces si nombreuses utilisations fautives qui en sont faites. S'il serait bien sûr contre-productif de combattre la fascination du public pour les mathématiques, du moins doit-on se poser sérieusement la question de la meilleure manière de la rediriger.

II. LE SYNDROME DU « CHIFFRE DU JOUR »

Le « chiffre du jour » est une rubrique qui apparaît désormais très régulièrement dans de nombreux médias d'information. Ce type de rubrique consiste en un titre qui prend la forme d'une simple valeur (résultat d'un sondage, somme d'argent record associée à tel événement, nombre de personnes ayant assisté à telle rencontre sportive...), suivi d'une explication qui dépasse rarement deux phrases.

La première réaction d'un mathématicien un peu informé devant une rubrique de ce genre consiste à questionner la pertinence de la valeur fournie, par exemple en posant la question de l'intervalle de confiance ou de la méthodologie suivie lorsqu'il s'agit du résultat d'un sondage. C'est là, bien sûr, un aspect important du problème, mais qui passe à côté d'un autre élément au moins aussi crucial : fondamentalement, une rubrique du type « le chiffre du jour » tente de faire croire qu'une grandeur pourrait se suffire à elle-même, qu'elle serait comme un condensé d'information et de raisonnement. Un mathématicien qui se contente de poser des questions techniques sur le « chiffre » délivré par la rubrique se met ainsi dans une position décalée, comparable à celle d'un historien qui s'interrogerait sur l'exactitude historique d'une brève biographie du « saint du jour » mais ne se poserait pas la question du prosélytisme qu'une telle biographie peut impliquer.

Dans la perspective d'une vulgarisation mathématique tournée vers l'information des citoyens, il apparaît comme essentiel et urgent de favoriser la réflexion critique sur l'utilisation médiatique des nombres, trop souvent réduits au rôle de slogans auxquels on croit pouvoir attacher une caution mathématique ou scientifique. Il y a quelques mois, lors de la séance de questions qui suivait une conférence que je présentais (au sujet des changements climatiques), un responsable politique présent a pris la parole pour critiquer mon point de vue en ces termes : « J'attire l'attention [du public] sur le fait que, dans cette conférence, il ne nous a été montré aucun chiffre ! » C'était là, selon lui, la preuve manifeste que mon point de vue n'était pas scientifique. Mon exposé n'avait certes pas manqué de courbes diverses et évoquait de nombreuses questions de tendances et d'ordres de grandeur. Aux yeux de mon critique, il aurait pourtant fallu y ajouter quelques « valeurs exactes » car, pour lui, c'était là la marque de la scientificité véritable.

Ce cas n'est malheureusement pas isolé, et les expressions du langage courant comme « la réponse tient en un chiffre », « les chiffres nous disent que », ou encore « les chiffres parlent d'eux-mêmes » disent assez que le trait d'esprit de Jacques Mailhot selon lequel « 80% des gens croient une phrase qui contient un pourcentage » n'a sans doute pas fini d'être d'actualité.

Une autre catégorie d'utilisation abusive du pouvoir de conviction des « chiffres » est celle des slogans politiques ou revendicatifs qui consistent à mettre face à face deux valeurs qui, ainsi rapprochées, doivent conduire à une conclusion prédéfinie (bien sûr, le caractère abusif du procédé ne permet pas de conclure quoi que ce soit sur le bien-fondé de la revendication ou de l'intention elle-même). Un exemple est donné par le rapprochement entre les bénéfices et le nombre de licenciements d'une entreprise la même année, « démontrant » que ces

licenciements n'ont pas lieu d'être. Sur le strict plan de l'utilisation des « chiffres », un tel procédé est structurellement identique à celui des slogans politiques du type « trois millions de chômeurs, trois millions d'immigrés » (que l'on retrouve sous diverses formes selon les époques, l'une d'elles remontant aux affiches de campagne du parti nazi, au début des années trente du vingtième siècle). Face à un tel slogan, se lancer dans une « bataille de chiffres » pour expliquer le caractère fallacieux du rapprochement est un combat perdu d'avance, car une telle démarche implique des raisonnements qui n'auront jamais la brutale efficacité d'un slogan qui tient en une phrase. La tactique consistant à invoquer des principes moraux pour délégitimer le slogan est tout aussi délicate, et expose à un contre-argument facile du type : « vous vous réfugiez derrière votre idéologie et refusez de voir en face la réalité des chiffres ».

Certes, il est de toute façon difficile de lutter contre un slogan du type précédent, et il ne saurait être question ici de prétendre lui avoir trouvé une parade définitive. Il me semble pourtant qu'une approche utile, mais bien entendu non exclusive, consisterait à donner au citoyen, en amont, les moyens d'exercer son esprit critique sur le sens même de ce qu'est un nombre. Non pas un objet « magique » qui pourrait penser à notre place, non pas un outil mystérieux utilisé par quelques alchimistes selon des modalités qui resteront à jamais hermétiques au profane, mais un élément parmi d'autres pour raisonner, qui a bien entendu son intérêt mais aussi (et surtout, serait-on ici tenté d'écrire) ses limites. Quiconque prétend substituer des nombres à un raisonnement rationnel devrait, dans une société de citoyens formés à l'esprit critique sur les mathématiques, inspirer *a priori* le soupçon et non la confiance.

III. LES PROBABILITES : ENTRE INCERTITUDE ET IGNORANCE

Les probabilités sont l'une des théories dont le rayonnement extra-mathématique est le plus fort. C'est aussi un domaine des mathématiques où l'intuition est le plus facilement prise en défaut. Pour n'en donner qu'une illustration classique, rappelons le petit paradoxe de la situation suivante : mon voisin a deux enfants dont au moins une fille. Quelle est la probabilité (sous les hypothèses ordinaires d'indépendance et d'équiprobabilité des sexes) que l'autre enfant soit un garçon ? Un simple dénombrement montre en à peine une ligne que cette probabilité n'est pas de $1/2$ mais de $2/3$, et il faut n'avoir jamais fait cet exercice devant des étudiants pour ignorer combien peut être grande la résistance à ce résultat.

L'on entend parfois affirmer que les mathématiques favoriseraient, par l'exactitude de ses raisonnements, une voie possible vers une certaine forme de sagesse. Elles permettraient, dit-on, de dissiper les illusions causées par un manque de connaissances. Un contre-exemple très simple à cette idée est donné par les jeux de hasard du type Loto. C'est l'un des tous premiers exercices d'analyse combinatoire que de calculer la probabilité de gagner le gros lot au Loto, pour en déduire l'espérance mathématique de gain. Quelle que soit la variante considérée du jeu, la conclusion est invariablement la même : le Loto est très défavorable au joueur. Tout étudiant des filières mathématiques sait cela, et pourtant il se trouve des mathématiciens tout à fait sérieux qui jouent régulièrement au Loto en se justifiant à l'aide d'arguments aussi candides que ceux des joueurs les moins versés dans les mathématiques (alors qu'il existe pourtant aussi quelques arguments mathématiques plus solides en faveur du joueur de Loto). Un éminent chercheur m'a ainsi confié qu'il jouait la même grille depuis des années et « estimait donc ne plus pouvoir s'arrêter », car il jugeait confusément que ses chances augmentaient au fil du temps. Un autre exemple m'a été donné par un chercheur d'une équipe de... probabilités, qui, lui, cherchait carrément des « martingales » pour anticiper les bons

numéros à partir des résultats des tirages précédents ! (En me confessant son pêché mignon, il m'a fait jurer de n'en jamais rien dire à son responsable d'équipe...)

Bien sûr, il est utile de connaître l'espérance mathématique de gain à un jeu de hasard avant d'y jouer. Il est incontestable qu'un tel calcul est d'une aide précieuse pour permettre au joueur potentiel d'agir en connaissance de cause. Mais le point est ailleurs : il est que la question des jeux de hasard ne se réduit pas à un calcul, et que se limiter au seul aspect mathématique, c'est abandonner une part essentielle de l'explication du fait que tant de gens raisonnent improprement sur les probabilités, y compris lorsqu'ils disposent des moyens intellectuels nécessaires pour tenir un raisonnement correct.

Historiquement, l'un des tous premiers exemples (si ce n'est le premier) de raisonnement probabiliste erroné est aussi ancien que la théorie des probabilités elles-mêmes, puisqu'on le trouve sous la plume de Blaise Pascal. Son fameux « pari » consiste en effet en une tentative de démontrer que miser sur l'existence du dieu chrétien est un jeu favorable au joueur. Dans le jeu proposé par Pascal, il y a une probabilité p que Dieu existe. Le jeu consiste à miser sa vie sur son existence ou son inexistence. Le joueur qui se trompe perd une (sa) vie. Si Dieu n'existe pas et que le joueur n'a pas été dupe, il gagne une vie. Si Dieu existe et que le joueur avait choisi d'y croire, il gagne une infinité de vies (la vie éternelle promise par les Écritures). Un calcul d'espérance mathématique conduit alors Pascal à estimer que, puisque $p \times \infty = \infty$ pour tout $p > 0$, l'intérêt du joueur est toujours de choisir la foi. Ce n'est qu'au milieu du XX^e siècle qu'Émile Borel a publié une note qui explique où se niche l'erreur mathématique du raisonnement de Pascal (celle-ci tient au fait, compris seulement au début du XX^e siècle avec la théorie de la mesure d'Henri Lebesgue, qu'un événement peut être possible tout en étant de probabilité nulle ; il est donc licite de choisir $p = 0$ sans nier toute possibilité à l'existence de Dieu ; ce choix implique le calcul de $0 \times \infty$ qui, dans ce contexte, donne le résultat 0).

Pour notre sujet, l'illustre cas du pari pascalien est riche de deux enseignements plus ou moins inverses. Le premier est que force est de constater que ce pari n'a probablement jamais converti personne à la foi chrétienne, si bien que même un raisonnement mathématique ayant toutes les apparences de l'exactitude n'emporte pas nécessairement l'adhésion. Seul celui qui a une foi inébranlable en la force de l'argumentation rationnelle en sera surpris : si des contre-arguments au pari ont été donnés très vite, ceux-ci n'avaient rien de mathématique. Rétrospectivement, l'on peut se dire qu'il est heureux que l'on ne se fie pas qu'à elles et que le sens critique permette à l'occasion de ne pas être dupe de leurs erreurs - celle concernant le pari a tout de même tenu bon quatre siècles avant d'être détectée !

A contrario, la structure du pari pascalien est aujourd'hui souvent reprise pour soutenir tel ou tel point de vue, principalement pour légitimer une peur quelconque. Par exemple, l'on dira que, certes, il n'est pas certain que tel produit chimique soit dangereux, mais que s'il l'était, les conséquences redoutées seraient si grandes qu'il n'est pas possible de prendre le risque d'autoriser l'utilisation de ce produit. Tel quel, ce raisonnement est mathématiquement identique à celui du pari, à la seule différence que le $+\infty$ de la vie éternelle de Pascal est remplacé, dans le nouveau calcul, par un apocalyptique $-\infty$. À nouveau, sans doute, il est permis de penser que ce type de raisonnement ne persuade que ceux qui ne demandent qu'à être convaincus. L'apparente exactitude du raisonnement n'est donc, à bien y regarder, qu'un outil de communication mis au service de telle ou telle cause. En ce sens, nous avons affaire à une instrumentalisation des mathématiques qui, même si elle n'est pas nécessairement volontaire ou consciente, doit être combattue. Nul autre qu'un mathématicien n'est mieux placé pour le faire.

IV. ÉLÉMENTS DE META-VULGARISATION

Les zones d'ombres prennent plusieurs formes, en voici quelques unes auxquelles il me semble important de songer dans le cadre de la vulgarisation des mathématiques :

- les mathématiques ne sont pas terminées ; beaucoup de questions restent en suspens, dont certaines depuis très longtemps.
- les mathématiciens ne sont pas infailibles (ni les ordinateurs, d'ailleurs).
- il ne suffit pas d'habiller une question par des formules mathématiques ou des modèles informatiques pour que la bonne réponse surgisse.
- pour certains problèmes, les mathématiques ne sont pas un outil pertinent.

Parmi les types d'erreurs qui jalonnent l'histoire des mathématiques et de leurs applications, mentionnons :

- les erreurs de calcul, de raisonnement ou de programmation (ce dernier point recelant de nombreux cas spectaculaires).
- les erreurs dans l'interprétation d'un calcul ou dans l'évaluation de sa portée (cas tout particulièrement fréquent en statistiques).
- les erreurs fondamentales (moyennes portant sur des grandeurs de natures différentes, hypothèse non valide de linéarité des phénomènes...).

Enfin, parmi les causes d'erreur, mentionnons :

- la confiance excessive dans la puissance des mathématiques et/ou de celle de l'ordinateur.
- le biais intellectuel (opinions politiques, croyances religieuses...).
- la difficulté à remettre en question sa façon de voir les choses.
- le comportement panurgique.

Certes, expliquer pourquoi les « chiffres » ne sont pas la solution à tous les problèmes, ou exhiber des exemples où la confiance naïve en des données quantitatives seules a conduit à des échecs, constitue un programme qui ne semble guère épouser les objectifs traditionnels de la vulgarisation telle que peut la percevoir le monde académique, qui préfère donner de son domaine une image plus positive. Les mathématiciens peuvent d'autant moins ignorer les questions d'« image » qu'il leur faut tenir compte du problème grandissant de la désaffection des étudiants pour les filières scientifiques en général et mathématiques en particulier. Il reste que faire confiance aux capacités du citoyen de faire la part des choses, c'est faire le pari de l'intelligence. C'est ce pari qui structure l'idée même de vulgarisation.