

CONCEPTION ET MISE À L'ÉPREUVE D'UN ENSEIGNEMENT INTÉGRANT LA CALCULATRICE DANS UNE SITUATION VISANT UNE MEILLEURE COMPRÉHENSION DES PROPRIÉTÉS DES OPÉRATIONS CHEZ LES ÉLÈVES DU TROISIÈME CYCLE DU PRIMAIRE

Stéphane SINOTTE*

Résumé – Le texte présenté porte sur une recherche action menée par un enseignant de niveau primaire avec ses élèves de 5^e et de 6^e année (10-12 ans). Cette recherche prend son origine dans le questionnement que l'enseignant a eu lors de l'étude des tables de multiplication et de division où il a constaté que les élèves ne font pas toujours le lien entre ces deux opérations arithmétiques. Cette recherche-action concerne l'élaboration d'une approche utilisant la calculatrice et permettant aux élèves la découverte et la construction des propriétés des opérations arithmétiques.

Mots-clés : Propriétés des opérations arithmétiques, multiplication, division, utilisation de la calculatrice en enseignement, enseignement primaire

Abstract – The text is about an action research conducted by an elementary school teacher with his 5th and 6th grades students (10-12 years old). This research originates in the teacher's questioning about the study of multiplication and division tables into which he observed that the students did not understand the relations between those arithmetic operations. This action research then presents the elaboration of a sequence using the calculator to allow students to discover the arithmetic properties, which have been developed by those students.

Keywords: Properties of arithmetic operations, multiplication, division, the use of the calculator in teaching, elementary school teaching

I. INTRODUCTION

Cette recherche action concerne la mise à l'élaboration d'une approche permettant à des élèves de 5^e et 6^e années du primaire (10-12 ans) de découvrir les propriétés des opérations arithmétiques, lesquelles ont été construites par les élèves, et non amenées par l'enseignant dans le cadre d'un enseignement plus formel. À cette fin, nous avons introduit la calculatrice comme outil pour libérer l'élève des tâches de calcul, laissant ainsi toute la place au raisonnement mathématique. La recherche a été menée dans la classe d'un jeune enseignant du primaire qui débute sa quatrième année d'enseignement.

II. DESCRIPTION DU CONTEXTE

Le groupe classe participant à cette recherche action est une classe du troisième cycle du primaire, soit le groupe de double niveau de cinquième et sixième années de l'auteur. Ce double niveau est dû au nombre d'élèves de chaque niveau disponible lors de la formation des groupes de l'école. Onze de ces élèves sont de niveau cinquième année et les quatorze autres de niveau sixième année. Le groupe complet compte 25 élèves (12 filles et 13 garçons), tous issus de foyers de classe moyenne. L'école est située dans la municipalité rurale de Stoke, en banlieue de Sherbrooke, et fait partie de la Commission scolaire de la Région-de-Sherbrooke. L'école compte dix classes qui totalisent environ 200 élèves. L'école est considérée, dans la réalité du territoire couvert par cette commission scolaire, comme étant une « petite école ».

Le groupe d'enfants présente quelques particularités qui ont un impact direct sur l'apprentissage de la notion visée par l'expérimentation et le déroulement de

* Commission scolaire de la Région-de-Sherbrooke – Québec, Canada – sinottes@csrs.qc.ca

l'expérimentation elle-même. En effet, huit des enfants composant le groupe ont un plan d'intervention actif. Le plan d'intervention vise à prévoir des interventions précises pour un élève donné, et effectuées par les divers intervenants de l'école afin d'aider l'élève à réussir. de cinq de ces huit enfants est axé sur des difficultés d'apprentissage.

III. ÉLÉMENTS DE PROBLÉMATIQUE

Lors de l'étude des tables de multiplication et de division en classe, nous avons constaté que les élèves ne font pas toujours le lien entre la multiplication et la division. Ainsi, ils ne voient pas que la multiplication est l'opération inverse de la division, et vice-versa, et voient l'étude des tables de multiplication et de division comme une double tâche à accomplir.

Par exemple, nous avons constaté que les élèves, même avec deux opérations écrites côte à côte (voir figure 1), n'étaient pas capables de voir la relation entre les deux. S'ils parviennent à faire la première opération avec une certaine facilité, ils ont de la difficulté pour la deuxième, bien qu'elle soit l'inverse de la première. Ainsi, ils ne voient pas les liens qui existent entre la multiplication et la division.

$12 \times 9 =$	$\div 9 = 12$
-----------------	---------------

Figure 1

Ils présentent également des difficultés à percevoir ce lien, même si les divisions sont en contexte. Étant donné que les élèves de notre classe semblent bien comprendre le sens de la multiplication, nous avons voulu vérifier s'il en est de même pour le sens de la division. Une méconnaissance de la division pourrait en effet expliquer une compréhension déficiente du lien qui existe entre la multiplication et la division. Pour ce faire, nous leur avons donné le problème suivant, inspiré de Fosnot et Dolk (2011). Ce problème appelle à deux divisions, une faisant intervenir le sens du partage et l'autre, le sens de la mesure :

Une enseignante a acheté 186 crayons pour remplacer les crayons sur chacune des tables de travail de la classe. Avant de les distribuer, elle a demandé aux élèves de déterminer combien il y en aura sur chacune des six tables.

Étant donné que les crayons se vendent en boîte de six, elle leur a également demandé de calculer combien de boîtes elle avait achetées.

Nous avons été très étonné de la diversité des démarches que les élèves pour résoudre ces deux problèmes ayant une structure multiplicative. Ainsi :

- Huit élèves sur 25 ont bien compris les relations partie/tout de la structure multiplicative et, par la même occasion, la relation entre la multiplication et la division. Ces élèves ont fait une seule division (par l'algorithme) et ont correctement interprété les réponses. (Il y a 6 boîtes de crayons et il y aura 31 crayons par table). La moitié de ces élèves a fait la preuve par la multiplication.
- Onze élèves n'ont pas tout de suite vu la relation entre les deux problèmes puisqu'ils les ont résolus séparément :
 - Deux élèves ont fait deux algorithmes identiques qu'ils ont interprétés différemment ($186 \text{ crayons} \div 6 \text{ tables} = 31 \text{ crayons par table}$; $186 \text{ crayons} \div 6 \text{ paquets} = 31 \text{ paquets}$).
 - Un élève a résolu la division partage par additions répétées et la division mesure par soustractions répétées.

- Un élève a résolu la division partage à l'aide de l'algorithme tandis qu'il a fait appel à la distributivité de la multiplication pour résoudre la division mesure ($20 \times 6 + (11 \times 6) = 186$). Bien que cet élève ait une très bonne maîtrise des propriétés de la multiplication, sa démarche montre qu'il ne saisit pas parfaitement les sens associés à la division.
 - Un élève a fait la division de type mesure à l'aide de l'algorithme et, en ce qui concerne la division partage, il a procédé par dénombrement des multiples de 6 jusqu'à 186. Toutefois, une erreur de calcul ne lui a pas permis d'arriver à la bonne réponse.
 - Trois élèves ont résolu la division mesure avec l'algorithme, mais ont eu de la difficulté à donner du sens à la division partage. Deux de ces élèves ont fait la preuve de la division par la multiplication.
 - Trois élèves ont résolu la division partage avec l'algorithme, mais n'ont pas réussi celle qui faisait appel à la mesure. Un de ces élèves a fait la preuve de leur division par additions répétées.
- Trois élèves n'ont pas été capables de donner du sens aux divisions puisqu'ils ont fait 186×6 , pour un total de 1116 crayons ;
 - Trois élèves qui présentent de graves difficultés d'apprentissage ont utilisé des stratégies diverses qui ne s'apparentent pas à la division.

Ces résultats indiquent que seul le tiers des élèves de la classe comprend bien les relations partie/tout de la structure multiplicative. Si plusieurs des élèves montrent qu'ils savent appliquer l'algorithme, leur démarche illustre qu'ils ne maîtrisent pas les sens associés à la division. En fait, ils sont en train de les construire. Dans ces circonstances, il n'est pas étonnant que l'on ait remarqué que ces élèves présentent des difficultés à établir un lien entre la multiplication et la division.

Pour aller plus loin au niveau de la résolution de l'algorithme de division, dans un tout autre contexte nous avons remarqué que, si l'effectuation de l'algorithme de multiplication ne pose généralement pas de problème, il en est autrement pour celui de la division. En effet, nous avons noté que les élèves ont parfois de la difficulté à choisir un nombre assez grand au quotient. Par exemple, dans la division de 760 par 8, certains ne sont pas à l'aise avec des opérations du genre $(8 \times \quad) + \quad = 76$ (voir figure 2), ce qui vient expliquer que certains élèves ont de la difficulté à établir des liens entre la multiplication et la division.

$760 / 8$	
$\underline{64}$	815
12	
$\underline{8}$	
40	
$\underline{40}$	
0	

Figure 2 – Démarche erronée d'un élève

IV. CADRE DE RÉFÉRENCE

Les élèves présentent des difficultés dans la résolution de l'algorithme de division. Toutefois, nous faisons l'hypothèse que ces difficultés ne sont pas dues tant à l'algorithme lui-même qu'à des difficultés plus fondamentales. Dans le cadre de cette expérimentation, nous désirons ainsi aller à la base en travaillant au niveau des propriétés des opérations arithmétiques, plus précisément les propriétés de la multiplication et la division. Ainsi, nous voulons amener les élèves à comprendre la relation entre la multiplication et la division, qui est un préalable essentiel à la compréhension des relations partie/tout des problèmes à structure multiplicative. En effet, en considérant le tout comme un nombre de groupes d'un nombre d'objets - par exemple 12×9 ou douze groupes de neuf - « ensemble, les parties deviennent le nouveau tout, et ces parties (les groupes) et le tout peuvent être considérés simultanément. La relation de ces parties au tout explique la relation réciproque entre la division et la multiplication » (Fosnot et Dolk 2011). Par la même occasion, nous avons travaillé la relation entre l'addition et la soustraction, l'une étant l'inverse de l'autre.

Dans ce contexte, nous avons pensé que l'utilisation de la calculatrice comme instrument pour la découverte des propriétés des opérations était toute indiquée. En effet, grâce à cet instrument, « les élèves disposent de nombreux résultats observables facilement obtenus, à partir desquels ils peuvent percevoir des régularités, émettre des hypothèses, mettre ces hypothèses à l'épreuve en expérimentant » (Lajoie 2009, p. 69). De plus, ainsi que le rapportent Guin et Trouche (2002), la *Commission Nationale sur l'Enseignement des Mathématiques* (CNEM) précise que l'informatique, dont fait partie la calculatrice, apporte une motivation nouvelle dans l'enseignement des mathématiques, qu'elle amène à repenser la façon de voir les notions. Nous pensons donc que la calculatrice peut ainsi amener chez les élèves une motivation supplémentaire dans la situation que nous projetons.

Pour Roegiers (1998), la calculatrice peut jouer plusieurs fonctions : un outil de calcul, un outil de renforcement de l'acquis, un outil de recherche et d'apprentissage de même qu'un outil de contrôle et de vérification du travail fait à la main. Nous sommes donc loin de la conception de la calculatrice qui fait les calculs à la place de l'élève. Pour Charnay (1994), qui débat de la nécessité de faire entrer la calculatrice à l'école primaire, l'élève doit comprendre que, utilisée correctement, la calculatrice « n'élabore pas les solutions, elle ne dispense pas de chercher quels calculs il faut faire » (p. 116).

Pour reprendre les diverses fonctions de la calculatrice identifiées par Roegiers (1998), elle est premièrement un outil de calcul lorsque dans un problème, « l'aspect calcul est secondaire » (p. 249). Deuxièmement, elle est utilisée comme outil de renforcement de l'acquis, lorsqu'elle permet à l'élève de travailler les stratégies numériques et le sens des opérations. Cette conception va dans le sens de ce que Charnay (2004) avance lorsqu'il dit que « la calculatrice n'est en réalité que le support du questionnement et non le moyen d'y répondre » (p. 73). Troisièmement, la calculatrice peut être un « outil de recherche et d'apprentissage » lorsqu'elle agit comme « support à des questions qui vont amener l'enfant à prolonger l'apprentissage » (Roegiers 1998, p. 250). Dans ce cas, Roegiers donne comme exemple la recherche du reste d'une division. $4732 \div 8 = 591,5$. Le chiffre 5 après la virgule représente $5/10 = 4/8$, le reste de cette division est donc 4. Enfin, elle peut servir comme outil de contrôle lorsque l'activité proposée à l'élève en est une de calcul écrit. Dans le cas qui nous préoccupe, nous voulons utiliser la calculatrice comme outil de recherche et d'apprentissage.

Il est d'autant plus justifié d'utiliser la calculatrice que le Programme de formation de l'école québécoise (PFEQ) accorde une place importante aux technologies de l'information et de la communication (TIC) dans le curriculum du primaire. D'une part, les élèves sont

appelés à travailler la compétence transversale qui consiste à exploiter les TIC, dont fait partie la calculatrice, et d'autre part ces technologies doivent être utilisées comme outil pour l'enseignement et l'apprentissage de diverses disciplines, dont les mathématiques. Le Ministère de l'éducation (MEQ) considère ainsi les TIC comme un « outil précieux pour supporter la démarche de résolution de situations-problèmes, favoriser la compréhension de concepts et de processus et augmenter l'efficacité des élèves dans l'exécution des tâches qui leurs sont proposées » (Gouvernement du Québec 2001, p. 125).

Enfin, toujours dans le cadre du PFEQ, la calculatrice est identifiée comme matériel technologique et se retrouve comme un objet (avec les bâtonnets, les traits, le boulier et l'abaque) dans l'évolution de la technologie. Si on conseille une appropriation des touches de base de la calculatrice au début de son utilisation, on suggère aussi d'utiliser la calculatrice lorsque les nombres dépassent les limites proposées, lors de la preuve de diverses opérations, lors de l'exploration de nombres naturels, décimaux, de fractions et des opérations avec ces différents nombres (Gouvernement du Québec 2001).

V. OBJECTIF DE RECHERCHE

Notre objectif de recherche consiste alors à expérimenter une situation d'apprentissage intégrant la calculatrice et visant une meilleure compréhension des propriétés des opérations chez les élèves du troisième cycle du primaire. Nous visons ainsi à solidifier les connaissances des élèves quant à la relation entre la multiplication et la division, en s'appuyant sur leurs connaissances concernant la relation entre l'addition et la soustraction.

VI. MÉTHODOLOGIE

Dans l'exploration des situations d'apprentissage et des activités proposées avec la calculatrice à travers la littérature, nous avons porté notre choix sur l'activité du « Jeu des devinettes » de Mary, Squalli et Schmidt (2006). Cette activité permet une découverte des propriétés des opérations par les élèves, ce qui rejoint notre objectif. Comme cette activité est à la base une activité d'intégration réfléchie de la calculatrice en classe, elle renforce donc notre choix d'utiliser cet outil.

Pendant, comme les élèves de la classe où se déroule l'expérimentation ne sont pas à l'aise avec la calculatrice, nous avons d'abord commencé par une activité de prise en main de celle-ci et ainsi éviter que la calculatrice ne devienne l'objet de l'apprentissage, tel que le rapporte Morin et Corriveau (2009) au sujet d'une étude qui portait sur l'utilisation des technologies dans l'enseignement de la géométrie. Ces dernières ont en effet constaté qu'il semble y avoir deux façons d'intégrer les technologies à l'enseignement.

Si certains enseignants du primaire utilisent l'ordinateur comme un outil qui soutient l'apprentissage et qui est susceptible d'amener les élèves vers une meilleure compréhension, d'autres voient davantage l'ordinateur comme un objet d'apprentissage en ce sens qu'ils ne dépassent pas l'étape de l'appropriation de l'objet. (Morin et Corriveau 2009 p. 57)

De la même façon, Lajoie (2009) est d'avis qu' « une exploration de l'outil est de mise, de manière à en démystifier le fonctionnement, de manière aussi à faire connaître aux élèves diverses possibilités et limites de leur calculatrice » (p. 68). Cette prise en main était pour nous essentielle d'une part, pour ne pas créer un effet de distraction par la nouveauté lors de l'expérimentation et d'autre part, pour faire en sorte que les élèves partagent une base commune.

Pour débiter, compte-tenu le niveau scolaire des élèves et le but visé par l'expérimentation, nous avons vu l'importance de chacune des touches qui les concerne. Aussi, en plus d'initier les élèves aux touches de base telle la fonction de remise à zéro qui remet l'écran d'affichage de la calculatrice à zéro, effaçant le résultat ou les données précédemment affichées et enregistrées dans la mémoire de l'outil, nous avons choisi une activité suggérée par Lajoie (2009). Cette activité a comme but de faire réfléchir l'élève par rapport au fonctionnement de la calculatrice. Par exemple, l'élève doit réfléchir quant aux conséquences liées au fait d'appuyer plusieurs fois sur la touche « = » après une opération. En effet, $8 + 6 =$ n'est pas équivalent à $8 + 6 = =$, où la calculatrice ajoute 6 à deux reprises. Nous voulions ainsi amener les élèves à constater que pour obtenir un résultat juste à l'opération commandée à l'outil, ils doivent appuyer sur une séquence précise de touches, sans en dupliquer inutilement, puisque la calculatrice ne peut faire la différence entre une entrée utile et une entrée inutile. L'opération utilisée, « $8 + 6$ », est simple et les élèves peuvent la réaliser en calcul mental, ce qui leur permet de valider ou d'invalidier aisément les résultats obtenus à la calculatrice.

Note tous les résultats que tu obtiens en effectuant

$$8 + 6 =$$

$$8 + 6 = =$$

$$8 + 6 = = =$$

$$8 + 6 = = = =$$

Que remarques-tu ?

Après les activités de prise en main, pour travailler les propriétés des opérations, nous avons choisi l'activité du Jeu des devinettes tel que proposée par Schmidt, Mary et Squalli (2006). Le but de l'activité est d'amener les élèves à réfléchir collectivement sur la généralité derrière une chaîne d'opérations, de construire eux-mêmes de telles chaînes et de s'engager dans un processus de validation à l'aide de la calculatrice. Elle s'adresse à des élèves de 3e cycle du primaire et du cycle du secondaire. Le travail d'équivalence sur les calculs permet de réfléchir et de raisonner sur les opérations et sur les propriétés des opérations, donc sur la réversibilité de la multiplication et de la division.

Dans cette activité, l'enseignant prétend être un magicien parce qu'il peut prédire avec certitude le résultat à une chaîne d'opérations effectuées avec un nombre secret choisi par chacun des élèves. Il présente ainsi les deux devinettes suivantes, lesquelles doivent être résolues par les élèves. Par la suite, afin de vérifier la compréhension des élèves, ils doivent eux-mêmes construire des devinettes. Voici les deux premières devinettes présentées aux élèves.

Fiche enseignant

Les 2 devinettes :

Choisissez, sans rien dire, un nombre compris entre 1 et 10.

- Multipliez-le mentalement par 6
- Divisez le nombre obtenu par 3
- Divisez le nombre obtenu par 2.
- Enlevez le nombre choisi au départ
- Ajoutez 7
- Retranchez 2.

Choisissez un nombre compris entre 1 et 10.

- Multipliez-le mentalement par 10
- Divisez le nombre obtenu par 5
- Divisez le nombre obtenu par 2
- Ajoutez 9
- Enlevez le nombre choisi au départ
- Retranchez 4.

VII. PLANIFICATION

Séance 1 : Découverte de la calculatrice : activité de Lajoie (2006).

Séance 2 : Jeu des devinettes, d'après Schmidt, Mary et Squalli (2006).

- Phase 1 : phase d'initiation (5 minutes). Lancer la première devinette. Les élèves utilisent leur calculatrice à affichage multi-lignes. S'adresser à un élève en lui disant que l'on devine qu'il a obtenu le nombre 5.
- Phase 2 : travail en équipe (10 minutes). Scinder la classe en équipes de 4 élèves. Demander aux équipes de construire une devinette: « Faites une devinette qui, elle aussi, donne toujours le même nombre. C'est à vous de décider quel nombre elle va toujours donner ».
- Phase 3 : retour en grand groupe (20 minutes). À tour de rôle, les équipes présentent leur devinette oralement. L'enseignante questionne les élèves : « Est-ce que ça marche ? Pourquoi ? » (validation). Le groupe, avec l'enseignant, examine les devinettes (certaines fonctionnent d'autres pas). Celles-ci sont alors présentées sur transparents. Le groupe analyse les devinettes incorrectes, pour en dégager les raisons. Au terme de cette réflexion de groupe, l'enseignante pose cette question : « Est-il possible de deviner le nombre secret, juste en regardant les opérations demandées ? Comment faites-vous ? »
- Phase 4 : construction d'une devinette qui arrive au nombre 7 (10 minutes). Demander aux équipes de construire une devinette qui arrive nécessairement au nombre 7.
- Phase 5 : retour en grand groupe (15 minutes). À tour de rôle, les équipes présentent leur devinette oralement. L'enseignante questionne les élèves de la classe : « Est-ce que ça marche ? Pourquoi ? » (validation). Le groupe, avec l'enseignante, vérifie les devinettes qui ne fonctionnent pas. Celles-ci sont alors présentées sur transparents. Le groupe analyse les devinettes incorrectes, pour en dégager les raisons.

VIII. RÉSULTATS

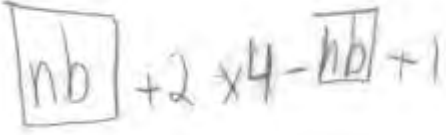
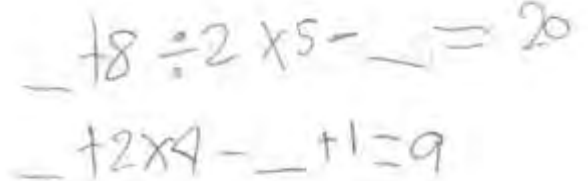
La prise en main a été très profitable aux élèves, puisque ceux-ci n'avaient jamais travaillé à la calculatrice. De plus, étant donné que nous avons des calculatrices qui permettent un affichage sur plusieurs lignes, l'effet de nouveauté était encore plus grand.

Afin que les élèves constatent l'importance de la calculatrice dans leur travail, la première devinette proposée aux élèves a été travaillée sans calculatrice. Cela nous a permis de constater que certains élèves étaient mélangés dans certains calculs d'apparence simple et perdaient ainsi le fil du travail à exécuter. Par exemple, comme le montre la vidéo tournée lors

de l'expérimentation, en tentant de résoudre la devinette « $\square \times 6 \div 3 \div 2 - \square + 5 = 5$ », où \square est un nombre au choix compris entre 0 et 10, une élève qui n'était pas en mesure de calculer mentalement le résultat de 42 divisé par 3 a non seulement repris son calcul sur papier puisque le résultat ne lui semblait pas correct, mais a complètement oublié où elle était rendue dans la devinette. Les seconde et troisième devinettes ont quant à elles été effectuées à l'aide de la calculatrice, permettant ainsi aux enfants de se concentrer sur les liens entre les opérations.

Lorsque nous avons proposé aux élèves de construire eux-mêmes des devinettes, les enfants ont d'abord été déstabilisés puisqu'ils n'étaient pas certains de bien comprendre ce qu'ils devaient faire pour prévoir le résultat de leurs propres devinettes. S'ils comprenaient ce qui se cachait derrière les devinettes de l'enseignant, en produire était différent. Progressivement, les élèves ont découvert certaines pistes leur permettant de progresser.

Par exemple, certains élèves ont été en mesure de comprendre qu'il s'agissait d'annuler des opérations. Ils ont donc essayé de produire une devinette en utilisant la réversibilité de l'addition et de la soustraction, mais n'utilisaient pas la réversibilité entre la multiplication et la division. Comme il s'agissait de notre objectif caché, nous avons dû orienter différemment les élèves. En effet, ils répondaient à la consigne en produisant des devinettes correctes, mais ces devinettes ne nous permettaient pas d'atteindre nos objectifs. C'est pourquoi nous sommes revenu à notre questionnement de départ, en axant sur la multiplication et la division. *Pourquoi puis-je prédire avec succès les réponses obtenues ? Quelles opérations sont utilisées ? et Que remarquez-vous à propos des opérations utilisées ?*

Devinette de l'équipe de Laurianne	Devinettes de l'équipe de Laurence
	

Lors de cette intervention, nous avons vraiment senti qu'un déclic a eu lieu lorsqu'un élève a affirmé que « chaque fois que $\times 6$ est présent, il y a $\div 3$ et $\div 2$ par la suite, et que 2×3 , c'est 6 ». L'élève avait donc trouvé comment réutiliser le principe de l'opération inverse qu'il connaissait sur l'addition et la soustraction. Les élèves ont par la suite été en mesure de produire des devinettes dans lesquelles intervenaient les opérations de multiplication et de division. Toutefois, comme le montre l'exemple suivant, certains élèves ont voulu jouer sûr en calquant exactement l'ordre des opérations fournies par l'enseignant !

Devinette de l'équipe de Kevin	Devinette l'équipe d'Anne
	

Enfin, une élève est allée plus loin en produisant une devinette qui se distinguait de celle de l'enseignant.

Devinette de l'équipe de Josianne
$\boxed{8} \times 3 \div \boxed{8} \div 3 + 7 = 8$ $4 \times 3 \div 7 \div 3 + 7 = 8$ $6 \times 3 \div 6 \div 3 + 7 = 8$ $9 \times 3 \div 9 \div 3 + 7 = 8$

Il a été intéressant de constater que ce travail sur les propriétés des opérations nous a amené à travailler les priorités des opérations. Comme en témoigne l'exemple suivant, bien que l'équipe de Chloé ait fait des devinettes correctes, elles ne fonctionnaient pas. En observant bien leur travail, nous avons constaté que c'est parce que cette équipe résolvait leurs chaînes d'opérations mentalement, sans respecter la priorité des opérations. Ainsi, dans un premier temps, nous avons amené cette équipe à refaire leurs calculs à l'aide de la calculatrice et, dans un deuxième temps, une capsule mathématique¹ a été réalisée concernant la nécessité de respecter la priorité des opérations.

Devinette de l'équipe de Chloé
$\boxed{2} + 8 \div 2 + 5 - \boxed{2} = 23$ $\boxed{4} + 2 \times 4 - \boxed{4} + 1 = 21$ $\boxed{5} \times 6 \div 3 \div 2 - \boxed{1} + 7 - 2 = 5$

Suite au travail réalisé par rapport aux propriétés des opérations nous avons voulu retourner à notre problématique de départ concernant la relation partie/tout de la structure multiplicative. Nous avons ainsi fourni aux élèves un problème qui faisait intervenir deux divisions, une division partage et une division mesure.

On peut se procurer la série de romans Harry Potter à la librairie pour 91\$. Comme il y a sept tomes, combien coûte chaque tome ?

Pour 91\$ aussi, on peut avoir le coffret des Chroniques de Narnia. Chacun des livres coûte 13\$. Combien de tomes y a-t-il dans le coffret ?

¹ Cette capsule a été réalisée en utilisant les équipes de la classe. Dans la classe il y a 25 élèves. Quand l'enseignant veut former des équipes de 5, il y a un élève seul et 8 équipes de 3, ce qui fait $1 + 8 \times 3$. Dépendant du respect ou non de la priorité des opérations, ce calcul donne 25 ou 27.

Nous avons voulu que les deux divisions n'aient pas tout à fait la même structure que celles du problème initial en ce sens que les deux divisions recherchées n'étaient pas les mêmes. En effet, dans un cas il fallait faire $91\$ \div 7 \text{ tomes} = 13\$$ et dans l'autre $91\$ \div 13\$ = 7 \text{ tomes}$. Nous avons procédé de cette façon afin de voir quels élèves réussiraient à faire le deuxième problème uniquement en raisonnant à partir du premier et en montrant ainsi une bonne compréhension du lien entre la multiplication et la division.

Nous sommes très satisfaits des résultats qui montrent que, sur les 21 élèves², 3 ont montré qu'ils maîtrisent bien le lien entre la multiplication et la division puisqu'ils ont fait la première division et en ont déduit la deuxième réponse (si $91\$ \div 7 \text{ tomes} = 13\$$ alors $91\$ \div 13\$$ donneront forcément 7). Six ont fait la première division et pour trouver la deuxième réponse, ils ont fait l'opération inverse, soit $13 \$ \times 7 \text{ tomes} = 91 \$$. Trois élèves ont procédé par additions répétées ($13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 = 91$, donc $13 \times 7 = 91$) et ont ensuite déduit l'autre réponse. Six élèves ont montré qu'ils comprenaient bien le sens que l'on doit accorder à chacune de ces divisions puisqu'ils ont effectué les deux divisions avec succès et enfin, 3 ont utilisé des procédures diverses qui ne leur a pas permis d'accéder aux bonnes réponses (par exemple, $91 \times 13 = 364 \text{ tomes}$). Nous avons comparé les résultats un à un, afin de bien voir le progrès d'une situation à l'autre. Cet exercice nous a permis de constater que certains élèves ont fait de réels gains par rapport à la pré-expérimentation. Par exemple, l'élève 6, qui avait fait une première division réussie puis une deuxième division dont le résultat était erroné, a procédé par division (réussie) et ensuite par multiplication (opération inverse) pour trouver la réponse à la deuxième question. Ou encore, l'élève 8, qui avait procédé par additions répétées puis par soustractions répétées, a fait la première division puis, voyant bien le lien entre les deux problèmes, n'a pas ressenti le besoin de faire une deuxième division et a déduit la deuxième réponse. Pour nous, ces résultats montrent qu'il y a eu, chez un grand nombre de nos élèves, une progression quant à la compréhension du lien existant entre la multiplication et la division. Nous pensons ainsi que le travail réalisé sur les propriétés des opérations a vraiment aidé les élèves à ce niveau.

IX. CONCLUSION

Suite à cette utilisation réfléchie de la calculatrice et ce travail sur les propriétés des opérations arithmétiques, nous pensons déjà à une intégration plus poussée de la calculatrice dans l'enseignement des mathématiques. Étant donné le questionnement amené par une élève concernant les priorités des opérations, nous pourrions en profiter approfondir le travail que nous avons commencé. Par exemple, l'utilisation de calculatrices qui tiennent compte de la priorité des opérations en parallèle avec l'utilisation de calculettes de base pourrait servir à produire deux résultats différents pour une même équation, ce qui pourrait donner lieu à des réflexions intéressantes pour travailler les priorités des opérations et les opérations sur les nombres.

De même, une poursuite de l'activité pourrait être réalisée dans le cadre du développement de la pensée algébrique chez ces élèves. L'idée est, selon Carpenter, Franke et Levi (2003), d'aider les élèves à bâtir une base solide en arithmétique, sur laquelle ils pourront s'appuyer pour apprendre l'algèbre. Par exemple, si les élèves comprennent assez bien l'arithmétique pour pouvoir expliquer et justifier les propriétés utilisées dans leurs calculs, on peut dire qu'ils ont acquis une des fondations de l'algèbre. En effet, le développement du sens des opérations au primaire favorise le développement de la pensée algébrique (Squalli 2002).

² Quatre élèves étaient absents cette journée-là.

Pour continuer à travailler au niveau du développement du sens des opérations, nous pensons qu'il est essentiel que l'on vise davantage à orienter la réflexion des élèves vers les opérations en se détachant de la valeur numérique des nombres d'une chaîne d'opérations.

RÉFÉRENCES

- Carpenter T., Loef M., Levi L. (2003) *Thinking mathematically. Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, NH : Heinemann.
- Charnay R. (2004) Des calculatrices à l'école primaire ? Oui ? Non ? Pourquoi ? Comment ? *Grand N* 74, 67-75.
- Charnay R. (1996) *Pourquoi des mathématiques à l'école ?* Paris : ESF éditeur.
- Gouvernement du Québec (2001) *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation primaire et préscolaire*. Québec : Ministère de l'Éducation.
- Guin D., Trouche L. (2002) *Calculatrices symboliques : transformer un outil en un instrument de travail mathématique : un problème didactique*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Fosnot C., Dolk M. (2011) *Jeunes mathématiciens en action. Construire la multiplication et la division*. Montréal : Chenelière Éducation.
- Lajoie C. (2009) La calculatrice comme source et support de questions fécondes : quelques exemples pour la classe de mathématiques au primaire et pour la formation des maîtres. *Bulletin AMQ* 49(1), 65-75.
- Mary C., Squalli H., Schmidt S. (2006) *Le rôle de l'argumentation et de la validation en classe dans l'émergence de la généralisation chez les élèves en difficulté grave d'apprentissage*. Rapport de recherche non publié.
- Morin M.-P., Corriveau A. (2009) Deux générations d'instruments pour l'enseignement de la géométrie : une rencontre souhaitable et réussie ! In Spagnolo F. (Ed.) *L'activité mathématique dans la pratique de la classe et comme objet de recherche en didactique. Actes de la 61e rencontre de la CIEAEM*. Montréal, Québec. *Quaderni di ricerca in didattica (Scienze Matematiche)* Supplemento n°2, 2009. G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy).
- Squalli, H. (2002) Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire : un exemple de raisonnements à l'aide de concepts mathématiques. *Instantanés mathématiques* 39(1), 4-13.