Enigma : un projet de cdrom novateur

Mounier Georges[1]

Dans le cadre d'une structure académique de développement de produits multimédia (le Réseau Lyonnais d'Ingénierie Educative), nous[2] avons eu en charge un projet de logiciel éducatif : la conception d'un CD-ROM destiné à l'apprentissage chez les élèves de 16-18 ans d'une petite part des mathématiques, la résolution d'équations.

Une première maquette a été fabriquée par un groupe d'étudiants d'une école d'ingénieurs de Lyon (INSA), avec l'aide d'infographistes du Centre Régional de Documentation Pédagogique de Lyon.

Nous présentons ici notre démarche, les points forts de ce projet ainsi que les raisons pour lesquelles, à ce jour, la réalisation n'est pas achevée.

1. Un jeu d'aventures.

Nous avons choisi une présentation sous forme d'un jeu d'aventures. La science-fiction nous offre une grande liberté pour construire un scénario attractif. La forme " jeu d'aventures " fait partie du contexte culturel familier aux élèves visés, nous espérons en l'adoptant faciliter l'identification des élèves avec leur rôle de " chercheur ". Le joueur va devoir résoudre six problèmes de résolution d'équation pour obtenir six clés numériques qui lui permettront de décoder un message.

Les ressources informatiques actuelles permettent un graphisme de qualité et une grande liberté dans la navigation qui permettent au joueur de s'instruire en suivant un parcours personnalisé.

2. Des mathématiques insérées dans leur histoire.

Il nous semble important que l'élève apprenne que les mathématiques sont l'œuvre de nombreuses personnes qui ont construit l'édifice petit à petit. chaque période de l'histoire, en fonction de la culture environnante et des connaissances du moment, des mathématiciens ont posé ou résolu des problèmes, la personnalité de ces

---

[1] Professeur agrégé à l'IUFM de Lyon, formateur à l'IREM de Lyon

[2] Aldon Gilles, Professeur agrégé de mathématiques au Lycée J.Brel de Vénissieux, formateur à l'IREM de Lyon, Duprat Jean, Maître de conférences à l'Ecole Normale Supérieure de Lyon, et moi même.

mathématiciens est très variée, et s'intéresser à leur vie offre bien des découvertes, parfois anecdotiques, parfois importantes.

chaque type de problème étudié, nous avons choisi de rattacher un lieu et une époque différente en centrant l'histoire sur la rencontre d'un mathématicien célèbre :

- les équations polynomiales avec la rencontre de Cardan, Bombelli, Tartaglia dans l'Italie du XVI^{e} siècle ;
- les systèmes d'équations linéaires avec Gauss, dans l'Allemagne du XIX^{e} siècle ;
- les équations transcendantes avec Euler et D'Alembert, dans la Suisse et la France du XVIII^{e} siècle ;
- les équations trigonométriques avec Al Kachi et les mathématiciens arabes du Moyen Age;
- les équations irrationnelles avec Pythagore dans la Grèce antique;
- les résolutions approchées avec Newton et Leibniz, dans l'Angleterre et l'Allemagne du XVII^{e} siècle.

3. Apprendre en résolvant des problèmes.

La démarche académique, qui consiste à enseigner la théorie puis à l'appliquer sur des exercices d'abord, sur des problèmes plus conséquents ensuite permet certes une étude plus rapide, mais elle offre une vision biaisée de ce que sont les mathématiques. Il est donc important, de temps en temps, de reprendre le chemin inverse, plus ardu et chaotique, de la découverte de la solution à partir du problème puis de sa généralisation. L'hypothèse didactique que nous avons faite est que la confrontation à un problème motive la construction d'outils en vue de la résolution du problème, qu'elle favorise l'acquisition d'une démarche scientifique.

La première tâche de l'élève va être la mise en équation du problème posé. Cette activité n'est pas très souvent offerte à l'élève, elle est pourtant fondamentale lorsque l'on veut rattacher les mathématiques au monde réel.

Par exemple, dans le premier chapitre, le joueur va être amené, par étapes, à résoudre le problème suivant : étude de u_n solution positive de l'équation $x^n = x^{n-1} +\ldots+ x^2 + x + 1$ montrer que la suite converge.

La première étape est la résolution du problème du nombre d'or. La première généralisation confronte l'élève à l'équation $x^3 = x^2 + x + 1$. Il aura à utiliser la méthode de Cardan pour résoudre cette équation du troisième degré; donc, dans un premier temps, lire un texte historique, le comprendre, le traduire dans un langage moderne, l'appliquer sur l'exemple.

L'utilisation de textes historiques dans l'enseignement des équations a déjà fait l'objet d'une expérimentation de l'IREM de Lyon (à laquelle je participais) dans trois classes de Première S où les élèves étaient équipés de calculatrices TI 92 (intégrant le calcul formel)[3].

4. Utilisation du calcul formel.

Pour résoudre le problème qui lui est proposé, l'élève dispose d'aides de divers types : rappels de cours, outils méthodologiques …et surtout d'outils de calcul symbolique : procédures automatisées de calcul (par exemple une fonction FACTORISE qui permet d'obtenir la forme factorisée d'un polynôme).

Au début du jeu, l'élève n'aura à sa disposition que des outils simples de manipulation des expressions mathématiques. Au fur et à mesure qu'il aura apporté la preuve de sa maîtrise de notions plus complexes, des outils plus évolués lui éviteront de répéter des calculs appris. Cette progression est importante dans la mesure où l'on veut que l'outil n'apparaisse pas comme une boîte magique de résolution " presse bouton ", mais comme le témoin d'une progression permettant d'être de plus en plus performant et de s'éviter des calculs fastidieux.

L'utilisation de ressources de calcul formel dans la recherche de problèmes mathématiques a fait l'objet de recherches nombreuses, dont certaines sont déjà anciennes[4], et constitue toujours un domaine de recherche très vivant[5].

Chercher à enrichir les fonctionnalités de sa calculatrice constitue pour l'élève, dans le jeu, un objectif secondaire (qui peut prendre, à certains moments, la place principale).

---

[3] Voir par exemple : Rapport final recherche INRP 40121, C. Rolet et R. Jaffard.

[4] Voir par exemple un article de l'auteur *Recherche de problème assistée par logiciel de calcul formel* dans Hirlimann A. (ed) 1994 *Enseignement des mathématiques et logiciels de calcul formel* M.E.N DITEN B2

[5] Pour un état récent de la recherche voir D.Guin, L. Trouche *Calculatrices symboliques*, RDM La pensée sauvage éditeur

5. L’analyse de réponse.

Un logiciel de calcul formel prend en charge l’enregistrement et l’affichage des réponses de l’élève, et il permet d’analyser ses réponses et ainsi d’orienter son parcours.

Bien que les mathématiques aient une formalisation rigoureuse, il n’en reste pas moins qu’une réponse ne peut être simplement classée comme juste ou fausse. Les didacticiels basés sur des QCM ont montré leurs limites et fait la preuve qu’une analyse plus fine et plus “ intelligente ” des réponses était indispensable dans un outil ayant des prétentions pédagogiques.

Illustrons notre propos par un exemple. La réponse attendue à la mise en équation du problème du nombre d’or est l’équation $x^2=x+1$.

Le logiciel devrait être capable de vérifier que $x^2-x=1$, $a^2=a+1$*…sont des bonnes réponses. Il devrait signaler que les réponses de la forme* $k\,x^2 = k\,x + k$ *avec k réel non nul sont de bonnes réponses non simplifiées et pour* $x=1/x+1$ *émettre une réserve explicite sur la non égalité des domaines de définition de la fonction proposée et de la réponse.*

La maquette réalisée utilise un système de calcul formel mal adapté à la résolution des équations dans R ou C. Mais nous n’avons, jusqu’ici, pas pu trouver la perle rare que nous cherchions : un logiciel de calcul formel de qualité professionnelle, comme il en existe sur le marché, suffisamment fiable et puissant, et la possibilité de l'utiliser sans interface, "commandé par le jeu".

6. Utilisation

Le cdrom n'est pas prévu pour une utilisation par l'élève seul, l'analyse de réponse n'est pas suffisante (et ne peut pas l'être) pour que l'élève puisse se passer de l'intervention de son professeur. D'autre part, l'utilisation ne peut être ponctuelle à travers quelques séances de TD sur machine. Il faut envisager une utilisation de type "problème long"[6] : recherche sur plusieurs séances dans laquelle les problèmes posés aux élèves interagissent avec l'avancement du "cours" : ils en constituent aussi bien une illustration qu'une motivation.

[6] Voir les travaux de l'IREM de Lyon et du LIRDHIST sur ce thème, par exemple G. Aldon et C. Tisseron Des situations pour mettre en œuvre une démarche scientifique au lycée.

L'autre dispositif qui peut inspirer l'organisation à mettre en place est celui des jeux d'entreprise : un problème, une étude de cas, est proposé aux formés, le logiciel présente le cas, donne accès à des ressources - banques de données, textes … - offre des possibilités de simulation . Les groupes de formés utilisent cet environnement pour proposer une résolution de leur cas qui sera discutée avec les autres groupes, puis éventuellement retravaillée.

Les pistes d'utilisation présentées demanderaient à être approfondies, mais l’analyse de réponse de la partie du cdrom qui a été réalisée n’est pas actuellement suffisante pour que son fonctionnement ait pu être testé autrement que de façon ponctuelle.

Conclusion

Aujourd’hui nous disposons d’une réalisation qui n’est pas un produit fini. L’architecture générale existe : présentation de l’environnement, du problème, organisation (modules, prérequis, aspects historiques, calculatrice formelle). Seul le premier module “ équations polynomiales ” a été réalisé, pour les autres modules, le scénario général est prêt. L’analyse de réponse de ce qui a été réalisé n’est pas satisfaisante pour les raisons indiquées ci-dessus, mais nous sommes toujours à la recherche de modules de calcul formel plus adéquats.

Résumé

Enigma : un projet de cdrom novateur sur la résolution des Equations en Première et Terminale S.

Il s'agit d'un jeu d'aventures : pour sauver l'humanité le joueur va devoir résoudre six problèmes de résolution d'équation pour obtenir six clés numériques qui lui permettront de décoder un message

Chaque type de problème est rattaché à un lieu, une époque, un mathématicien : par exemple équations polynomiales à Cardan, Bombelli et Tartaglia dans l'Italie du XVI^{e} siècle, les équations trigonométriques à Al Kachi et les mathématiciens arabes du Moyen Age. L'élève apprend en résolvant des problèmes comme le problème du nombre d'or ou une généralisation comme $x^3 = x^2 + x + 1$.

Pour l'aider, il peut utiliser des outils de calcul formel - un robot calculateur - dont il acquiert peu à peu la maîtrise. L'analyse de réponse est encore insatisfaisante, nous n'avons pas trouvé la perle rare : des modules de calcul formel intégrables.