

# Quel enseignement de mathématiques dans un cursus universitaire à dominante économique ?

*Najoua:* HAJ ALI

Institut Supérieur de l'Education et de la Formation Continue

**Résumé :** En regardant la réforme des maîtrises, Dans le cadre de notre activité d'enseignante de mathématiques à l'Ecole Supérieure des Sciences Economiques et Commerciales (ESSEC) de Tunis, nous percevons qu'un des objectifs qu'elle s'assigne est « *d'adapter les formations aux besoins de l'économie et de la société* » (Circulaire n :° 3, 1997, p. 6). Ceci nous incite à prédire l'importance de l'initiation aux mathématiques à des étudiants en formation économique. Cependant une question s'impose : quelles mathématiques enseigner à des étudiants en formation économique ?

Y a t-il des mathématiques spécifiques pour ce type d'étudiants ? Quelles méthodes utiliser ? Quelles parties doivent être traitées par l'enseignant de mathématiques et quelles autres parties doivent être complétées par l'enseignant d'économie ? Plus spécifiquement, comment gérer l'interface des questions qui abordent des points communs aux deux curricula ? Comment faire travailler ensemble les deux types d'enseignants, dans leurs préparations voire face aux étudiants ?

A l'Ecole Supérieure des Sciences Economiques et Commerciales (ESSEC) de Tunis, l'économie est la discipline principale, dans le sens où c'est celle qui porte le projet professionnel des étudiants conformément à l'institution (par rapport à la profession que les étudiants vont exercer, c'est la discipline qui est sensée « servir »). Par conséquent les mathématiques ne sont pas enseignées pour elles-mêmes mais dans leurs interrelations à l'économie. Le problème n'est cependant pas aussi simple que de dire que les mathématiques sont une « discipline de service » pour l'économie. Il ne s'agit pas seulement de dégager des outils mathématiques utiles à l'économie mais plutôt de construire un enseignement de mathématiques qui intègre une part des problématiques propres à l'économie (celles-ci déterminant une façon « spécifique de faire des mathématiques »). Dans sa thèse intitulée « *La mathématisation en économie comme problème didactique, une étude exploratoire* » Michèle Artaud (1993) a montré que l'utilisation de l'outil mathématique en économie reste toujours objet de débat, ce qui nécessite une étude didactique. En effet, depuis la première moitié du XIX<sup>ème</sup> siècle, les rapports entre sciences économiques et mathématiques sont complexes. Depuis, et durant deux siècles, nous repérons différents discours sur la mathématisation de l'économie : pour et contre. Cependant, la plupart s'accordent à dire, avec des arguments souvent divers, voire même opposés, qu'il faut se méfier de l'emploi non maîtrisé des mathématiques.

Depuis, les temps ont changé et la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle a vu le décollage de l'économie mathématique. La croissance en puissance de la mathématisation en économie est devenue inévitable. Notons que les mathématiques sont venues à l'économie plutôt que le contraire.

Notre première hypothèse est qu'il y a des difficultés dans la gestion des besoins mathématiques en économie (Artaud, 1993). Le problème est qu'on doit apprendre les mathématiques tout en restant totalement économistes. Qu'en est-il des enseignements de mathématiques pour économistes ?

C'est par ce questionnement que nous commencerons, en choisissant comme terrain d'enquête la communauté impliquée dans la formation des économistes en mathématiques; à savoir les enseignants de mathématiques et d'économie.

Notre hypothèse est que les enseignements et les enseignants de mathématiques d'une part et d'économie d'autre part sont très cloisonnés, les liens entre les deux disciplines restent plus idéologiques qu'effectifs. Les enseignants d'économie n'expriment pas leurs besoins institutionnels en mathématiques. Les enseignants de mathématiques ignorent les besoins en mathématiques des économistes. Plus généralement, chaque corps évolue dans une culture qui reste hermétique à celle de l'autre. De même, si les étudiants en formation en économie admettent que les mathématiques et l'économie sont liées, en tout cas que les mathématiques servent à l'économie, ils ignorent la nature de ces liens.

Ainsi, notre questionnement se porte sur le terrain : il existe un enseignement de mathématiques pour des étudiants en formation économique. Pour plusieurs raisons cet enseignement n'est pas entièrement satisfaisant, en particulier la question se pose de l'adéquation par rapport à l'économie, ainsi que, par rapport au projet professionnel des étudiants. La didactique peut-elle donner des éléments de réponse à cette question de terrain ? Et si oui comment ? Ainsi, nous sommes dans une question pratique pour laquelle nous allons nous outiller dans les champs théoriques existants en didactique des mathématiques pour pouvoir donner des éléments de réponse.

Dans une première étape, nous allons faire un état des lieux ; on va essayer de voir au mieux, si effectivement il y a des difficultés et s'il y a des inadéquations et où elles se situent ? Pour cela nous allons essayer de mieux connaître le système, sachant que ce système est complexe, il a des contraintes institutionnelles qui sont en particulier liées aux programmes, au niveau des étudiants selon leur section d'origine dans le secondaire, aux différents profils des enseignants de mathématiques et d'économie, etc.

Plus précisément, notre étude se propose d'analyser programmes et manuels, mais aussi de réaliser des enquêtes auprès d'enseignants et d'étudiants, que nous analyserons en nous appuyant essentiellement sur la cadre théorique de l'écologie des savoirs et de l'approche anthropologique du didactique développée par Chevallard (1991 et 1999). Une deuxième étape aura pour but de construire des propositions curriculaires allant dans le sens d'une

meilleure interaction entre mathématiques et économie. Nous visons des orientations générales pour l'ensemble des curricula de mathématiques, mais aussi une proposition plus détaillée portant sur une portion raisonnable du programme (quelques séances de cours dans une année). Cette proposition spécifique devrait inclure non seulement une proposition curriculaire globale, mais aussi un contenu de cours avec la description de dispositifs didactiques spécifiques, des exercices et problèmes, une base de collaboration avec les enseignants d'économie et enfin des éléments d'évaluation. Cette partie du travail s'appuie sur les cadres théoriques de la théorie des situations de Brousseau (1997) pour la réalisation d'ingénieries didactiques, et les travaux portant sur les spécificités des « projet long dans l'enseignement » au sens de Robert (1992).

Nous avons choisi de faire une ingénierie sur un cours qui porte sur l'algèbre linéaire, et, plus spécifiquement sur le calcul matriciel. Ce choix n'est pas arbitraire, nous l'avons fait pour plusieurs raisons. La première raison fondamentale est que le calcul matriciel est utilisé dans plusieurs parties des cours d'économie. La deuxième raison est que, actuellement, l'algèbre linéaire (dont une grande partie est en fait du calcul matriciel) couvre la moitié d'un module d'enseignement des mathématiques pour économistes.

Les premières questions qui nous préoccupent sont : de quelles manières est utilisé le calcul matriciel en économie ? sous quelles formes ? dans quelles proportions ? Dans la classe d'économie, est ce que les étudiants trouvent des difficultés dans l'utilisation du calcul matriciel ? Si oui quels types de difficultés ?

Plusieurs travaux didactiques et historiques sur l'algèbre linéaire ont été menés en France ou en Amérique du Nord (Dorier, Hillel, Harel, Robert, Rogalski, Sierpiska, et al ...). Cependant, à notre connaissance, aucun travail didactique n'a été mené spécifiquement sur les rapports entre algèbre linéaire et économie. Parallèlement, l'Algèbre linéaire est un terrain favorable pour l'apprentissage de la rigueur mathématique, comme le souligne Uhlig: « The subjects concepts and concepts of Linear Algebra can be introduced in an exploratory and fundamentally reasoned way. » (Uhlig, 2002, p.1) ; “the first linear algebra course can answer this desire and serve as a transition and introduction to the modern culture of mathematics and rigor” (ibid., p.3).

En confrontant les différents travaux didactiques menés en France et les résultats auxquels a abouti Uhlig à la suite de ses enseignements aux USA, Dorier souligne que les difficultés que rencontrent les étudiants pour la compréhension de la preuve en algèbre linéaire sont spécifiques au contenu. « Therefore, it seems that, indeed, students are more accustomed to proving in mathematics classes in France than they are in the US. Nonetheless, they encounter

similar problems when faced with their first courses in linear algebra. This means that the difficulties with proof and formalism in understanding linear algebra are content –specific” (Dorier et al.; 2003, p.186). Par ailleurs différents auteurs (Dorier, Uhlig, ...) s'accordent sur le fait que réfléchir sur les résolutions de systèmes linéaires est un point de départ privilégié pour pouvoir initier chez les étudiants une démarche réflexive conduisant à comprendre les avantages du formalisme en algèbre linéaire « For instance, we share with Uhlig the idea that reflecting upon the solvability of systems of linear equations is an important starting point in order to access more formal ideas in linear algebra” (Dorier; 2003, p.186).

Notre hypothèse principale est que les étudiants trouveraient des difficultés à utiliser le calcul matriciel dans un cours d'économie d'une part parce que son acquisition en tant que tel est déjà problématique et d'autre part parce que la problématique économique est a priori absente du cours actuel de mathématiques.

Pour vérifier notre hypothèse, en un premier temps, nous avons commencé une tâche, qui s'est révélée être fastidieuse, consistant à relever tous les outils mathématiques existants dans tous les cours d'économie de notre institution. Dans un deuxième temps, nous avons conçu un questionnaire que nous avons fait passer aux enseignants d'économie. Dans ce questionnaire, nous avons divisé les concepts mathématiques en deux catégories : ceux contenus dans les cours actuels de mathématiques et ceux qui ne s'y retrouvent pas. Nous avons choisi ces concepts sur la base des cours de mathématiques existants et de certains livres de mathématiques pour économistes. Pourquoi ce choix ? Parce que nous supposons qu'il peut y avoir des concepts mathématiques utilisés en économie et qui ne font pas l'objet d'un enseignement de mathématiques actuellement.

Ces questionnaires visent à nous donner un tableau le plus complet possible des concepts mathématiques utilisés en classe d'économie et de leurs fréquences par rapport aux modules enseignés. Notre travail se décompose en trois étapes :

1. Repérer les outils mathématiques utilisés en classe d'économie, déterminer la proportion qu'ils représentent par rapport aux autres concepts dans un même module et quelle est la fréquence de l'utilité de chaque concept dans l'ensemble des modules?
2. Repérer les concepts non utilisés en économie que nous devons intégrer dans le cours de mathématiques pour la cohérence des mathématiques.
3. Tenter de rendre les concepts, utiles dans la classe d'économie, opérationnels dans cette classe. Ceci renvoie à un problème de transposition didactique et à faire des choix sur la manière d'intégrer la problématique économique dans la classe de mathématique. Nous nous sommes fixée comme objectif principal que l'algèbre linéaire soit un « outil disponible » en

classe d'économie. Par « outil disponible » en classe d'économie nous entendons que l'étudiant soit capable partant d'une situation en économie, de la modéliser, de résoudre le problème dans le modèle, et enfin d'interpréter le résultat obtenu dans le modèle dans les termes de la situation économique de départ.

Nous adopterons deux hypothèses, émises par Robert, qu'elle juge suffisantes pour l'acquisition de connaissances. Robert énonce la première hypothèse en ces termes: « Ainsi, en termes d'apprentissages scolaires, la conceptualisation implique mais surtout est impliquée par une organisation des connaissances qui dépasse la juxtaposition de notions et modes de raisonnements et qui participe aux acquisitions» (Robert, 1998, p. 157). Par ailleurs il est bien connu que proposer des apprentissages dans divers cadres (Douady 1986) à propos d'une même connaissance favorise ce dépassement.

De plus, Robert souligne que : « l'institutionnalisation ou l'exposition des connaissances (précédée ou non d'une phase didactique) ne suffit pas toujours, pour cette raison, si on en croit Vygotski, à amener la conceptualisation visée. Elle permet de donner les idées, les mots, les signifiants et les signifiés, qui doivent être ensuite transformés par chaque sujet pour être appropriés comme concepts ». (Robert, 1998, p. 157). Et elle pose comme hypothèse que « L'enseignant peut ainsi le cas échéant, donner des éléments d'information et d'explicitation sur les mathématiques, de l'ordre du méta, ou susciter une réflexion sur ce qui est en jeu, pour faire mieux accéder les élèves, par la suite, à ce système, à cette organisation qui caractérise les concepts scientifiques. » (Robert, 1998, p. 158).

Ainsi, l'enseignement de mathématiques devrait proposer des problèmes où les étudiants pensent par eux-mêmes aux différents outils possibles à utiliser et au travail des problèmes sous leurs différents aspects.

Nous esquisserons une ébauche d'un nouveau programme de mathématiques qui sera argumenté.

Nous développerons un travail plus précis sur l'algèbre linéaire. Pour ce faire, nous commencerons par compléter le questionnaire par des entretiens avec les enseignants. Nous mettrons en place le contenu de ces entretiens à la suite du dépouillement du questionnaire.

L'étude que nous aurons à faire, prendra en considération les résultats établis dans la thèse d'Artaud, stipulant pour l'apparition de deux types de mathématiques utilisés dans la communauté des économistes. En fait, cette dernière, se fabrique ses « propres mathématiques » en complément de celles qu'elle utilise provenant de la communauté mathématique. Précisons qu'une différence fondamentale subsiste entre les deux mathématiques. Alors que les secondes sont contrôlées par les mathématiques, les premières

ne le sont pas (elles sont peut-être contrôlées par les mathématiciens) (Artaud, 1993). Un étudiant en formation économique aura besoin de ces deux mathématiques.

Ce constat engendre la question suivante : comment faire la transposition de ces deux savoirs ? Sachant que “[...] la Théorie Anthropologique du Didactique (T.A.D) situe l’activité mathématique, et donc l’activité d’étude en mathématiques, dans l’ensemble des activités humaines et des institutions sociales ” (Chevallard, 1999, p.222). Nous proposons d’adopter la T.A.D comme cadre théorique pour notre étude.

Notre hypothèse est qu’il va y avoir des organisations mathématiques sans technologies mathématiques ; elles seraient des technologies économiques, ce qui donnera lieu à des praxéologies mixtes. De telles organisations seraient le résultat de la transposition des mathématiques fabriquées par les économistes. Notre hypothèse se base sur le fait que ces mathématiques ne sont pas contrôlées par les mathématiques. Précisons que l’objectif premier de la technologie est de justifier “ rationnellement ” la technique en s’assurant que cette dernière permet d’accomplir les tâches correspondantes. “ Dans tous les cas, en outre, la transposition enrichit le monde des praxéologies socialement disponibles – dans la mesure où elle crée une praxéologie adaptée à des conditions institutionnelles inédites ” (Chevallard, 1999, p. 231).

## Bibliographie

- Artaud M.(1993), *La mathématisation en économie comme problème didactique-Une étude exploratoire*, Thèse de doctorat de l'Université d'Aix-Marseille II, IREM d'Aix-Marseille, Marseille.
- Brousseau, G. (1997), *la Théorie des Situations Didactiques*, Grenoble: La Pensée Sauvage Editeur.
- Chevallard Y.(1991), *La transposition didactique*, 2<sup>ème</sup> éd., Grenoble: La Pensée Sauvage Editeur.
- Chevallard Y. (1999), 'L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique', *Recherches en Didactique des Mathématiques* **19(2)**, 221-265.
- Dorier, J.-L. (1990), 'Contribution à l'Étude de l'Enseignement à l'Université des Premiers Concepts d'Algèbre Linéaire. Approches Historique et Didactique', thèse de doctorat, Université J. Fourier - Grenoble 1, France.
- Dorier, J.-L. (Ed.) (1997), *L'enseignement de l'Algèbre Linéaire en Question*, Grenoble: La Pensée Sauvage Editeur.
- Dorier, J.-L. (1998), The Role of Formalism in the Teaching of the Theory of Vector Spaces, *Linear Algebra and its Applications* (275), **1 (4)**, 141-160.
- Dorier, J.-L. and Sierspinska, A (2001), Research into the teaching and learning of linear algebra, in D. Holton et al. (eds.), *The teaching and Learning at University Level-An ICMI Study*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 253-271.
- Dorier, J.-L., Robert, A., and Rogalski, M. (2003), 'Some comments on 'The role of proof in comprehending and teaching elementary linear algebra' by F. Uhlig', *Educational Studies in Mathematics* **51**:185-191.
- Douady, R. (1986) : Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **7-2**, 5-31.

Robert, A. (1992), Projets longs et ingénierie pour l'enseignement universitaire : questions de problématique et de méthodologie. Un exemple : un enseignement annuel de licence en formation continue, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **12(2/3)**, 181-220.

Robert, A. (1998), Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **18(2)**, 139-190.

Uhlig, F (2002), The role of proof in comprehending and teaching linear algebra, *Educational Studies in Mathematics* **50.3**, 335-346.