L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés

Actes du colloque emf 2006

Les énoncés en géométrie en quatrième

Mona Hage-Ali, *IUFM du Nord-Pas-De-Calais, France*

Pendant le cours de mathématiques, les élèves rencontrent des textes variés dont certains sont étroitement liés. Par exemple, les énoncés de théorèmes sont une composante essentielle des démonstrations. En ce sens, une maîtrise insuffisante de cet « outil » semble problématique.

J'ai pu remarquer dès le début de l'année un problème chez mes élèves de quatrième (troisième année du collège), dans le choix des théorèmes. Je me suis intéressée aux causes et aux solutions qu'on pouvait y apporter, le but étant d'aider les élèves à entrer dans le processus de preuve en géométrie. J'ai centré ce thème sur la distinction entre un théorème et sa réciproque dans un raisonnement déductif. Il y a différentes causes possibles à ce problème.

Au niveau de la démonstration, une première difficulté est la modification du contrat didactique. En début de sixième, on se base sur l'observation, le dessin et la mesure. Néanmoins, les commentaires du programme indiquent que « les travaux géométriques permettent aussi la mise en place de courtes séquences déductives ». C'est le tout début de la rupture.

Selon Houdement et Kuzniak (2000) le problème se situe dans le terme même du mot géométrie. Ils proposent l'idée d'évolution entre les trois piliers : la géométrie naturelle, la géométrie axiomatique naturelle et la géométrie axiomatique formaliste. Il existe donc différentes façons d'envisager un même problème, ce qui est une source constante de difficultés pour les élèves. En effet, les auteurs remarquent qu'il est en général attendu d'un élève qu'il traite un problème dans une géométrie de niveau égal ou supérieur à celui dans lequel le problème est posé. Mais cette demande n'est pas explicitée.

Gousseau-Coutat (2005) distingue les trois statuts opératoires des énoncés : hypothèse, énoncé tiers et conclusion. C'est de ce fonctionnement ternaire que semblent venir les difficultés des élèves.

Lorsqu'un élève connaît des difficultés à comprendre la structure d'un énoncé, on peut imaginer que cela ne lui apportera aucune aide de lui proposer une longue explication orale. En ce sens, un changement de registre peut être bénéfique. Selon Bellard et Lewillion (2001), une idée serait le recours aux schémas. Il s'agit d'une représentation graphique comportant deux parties, chacune composée d'un ou plusieurs dessins codés. La partie gauche est la partie prémisses et la partie droite est la partie conclusion. Ces deux parties sont séparées par une flèche. Selon ces auteurs, ces schémas favoriseraient la reconnaissance des données de l'énoncé afin d'utiliser la règle « si A et si $A \Rightarrow B$ alors B » et ils montreraient l'impossibilité d'utiliser une règle lorsque soit les données de l'énoncé ne recouvrent pas les prémisses du théorème, soit la conclusion du théorème ne donne pas la réponse souhaitée.

J'ai proposé à mes élèves plusieurs séquences dont les objectifs étaient les suivants :

- faire reconnaître aux élèves que deux propositions comportant les mêmes mots peuvent exprimer des théorèmes différents ;
- distinguer données et conclusion ;
- repérer si les élèves ont compris comment on utilise un théorème pour résoudre un problème
- vérifier si les élèves distinguaient le théorème de Pythagore de sa réciproque dans leur utilisation et voir où ils en étaient de la structure de la démonstration ;
- renforcer le travail sur la réciproque du théorème de Pythagore, à travers divers exercices permettant de montrer aux élèves que lorsqu'ils veulent démontrer qu'un triangle est rectangle, ce n'est pas nécessairement grâce à la réciproque du théorème de Pythagore qu'ils peuvent conclure et que lorsqu'on demande la nature d'un triangle, « rectangle » n'est pas nécessairement la réponse attendue ;
- formaliser la contraposée du théorème de Pythagore.

En ce qui concerne l'analyse des productions, il semble que beaucoup d'élèves n'entrent pas dans une démarche de preuve. Cela semble dépendre des élèves et des exercices. L'évolution du contrat didactique peut être une explication. Il semble qu'une partie des élèves aient résolu l'exercice au niveau de la géométrie I (au sens de Houdement et Kuzniak) à l'aide plus particulièrement des instruments et à vue d'œil, donc en s'appuyant sur l'intuition et l'expérimentation, alors qu'il était attendu d'eux qu'ils résolvent l'exercice au niveau de la géométrie II, en s'appuyant sur les théorèmes.

La distinction prémisses – conclusion est difficile à acquérir. Néanmoins, les élèves semblent mieux distinguer les propositions « si A alors B » et « si B alors A ». On remarque que l'utilisation des schémas n'est pas spontanée. Il faudrait qu'ils soient travaillés davantage notamment sur des théorèmes déjà connus. Mes perspectives seraient d'exploiter les schémas dès la cinquième. Pour la distinction prémisses – conclusion, il serait également possible d'utiliser un logiciel de géométrie dynamique.

Références

HOUDEMENT, C. et KUZNIAK, A. (2000) Formation des maîtres et paradigmes géométriques, *Recherches en Didactique des Mathématiques 20*/1, 89-116.

GOUSSEAU-COUTAT, S. (2005) Connaître et reconnaître les théorèmes de géométrie, *Petit x* n° 67, 12-32.

BELLARD, N. et LEWILLION, M. (2001) Schémas pour la compréhension des théorèmes en classe de quatrième, in E. Barbin, R. Duval, I. Girogiutti, J. Houdebine et C. Laborde (dir.), *Produire et lire des textes de démonstrations, Actes du colloque de la CII Épistémologie et Histoire des Mathématiques*, Paris Elipses, p. 129-142.

Pour joindre l'autrice

Mona Hage-Ali
2, rue du Docteur Wagon
62153 SOUCHEZ, France
e-mail : mona.hage.ali@gmail.com