Réflexions sur l'introduction des probabilités en Tunisie

Mounir Dhieb

Institut Supérieur de l'Education et de la Formation Continue

mounirdhieb@yahoo.fr

Résumé : En Tunisie, les élèves rencontrent pour la première fois les ''Probabilités'' vers l'âge de 18 ans, en troisième année secondaire. Cette rencontre s'effectue dans une approche Laplacienne ou a priori. Exploitant une conception de l'équiprobabilité identifiée chez des élèves de 3ème année secondaire, section Mathématiques, nous mettons en relief l'intérêt de l'approche fréquentiste ou a posteriori à côté de l'approche choisie. A notre sens, l'approche fréquentiste pourrait contribuer, entre autres, à donner un poids à l'activité des apprenants, à corriger quelques conceptions probabilistes erronées et à introduire les ''Probabilités'' dès les années collège.

Introduction :

Dans cette communication nous nous intéressons au processus d'enseignement et d'apprentissage des notions de probabilité[1] à la classe de 3ème année secondaire[2], section Mathématiques.

Il est clair que le système éducatif Tunisien a opté pour une approche constructiviste, où l'activité des apprenants jouerait un rôle important dans l'acquisition des connaissances et, par conséquent, dans la conceptualisation[3] : ''La loi du 29 Juillet 1991, relative au Système Educatif, ainsi que les programmes officiels incitent à faire évoluer les pratiques de classe pour lesquelles l'élève n'est plus défini comme celui que l'on instruit mais comme celui qui construit ses connaissances, qui acquiert des méthodes de travail et qui développe son aptitude à communiquer et à écouter''[4].

[1] Il s'agit, ici, de la probabilité discrète.
[2] C'est le niveau où les élèves rencontrent pour la première fois les notions probabilistes.
[3] La formation d'un concept.
[4] Document méthodologique (1997).

D'après notre expérience personnelle, nos lectures et de l'avis de la majorité des professeurs interrogés[5] - chargés de l'enseignement du niveau choisi -, les élèves éprouvent d'énormes ''difficultés'' en abordant les notions de Probabilité. Malgré cela, l'enseignement de ces notions, en Tunisie, n'a pas observé des changements profonds, sinon quelques suppressions allant de pair avec l'allègement des programmes des Mathématiques au collège et au lycée[6]. L'approche théorique de l'enseignement de probabilité n'est-il pas pour quelque chose dans ces difficultés ? D'ailleurs, cette approche n'est-elle pas en contradiction avec l'approche constructiviste dans laquelle veut s'inscrire l'enseignement tunisien ?

1. Le programme officiel :

a) Description :

Le chapitre « Probabilités » a un objectif qu'on retrouve aussi bien dans le manuel scolaire[7] que dans les programmes officiels de 1998 : « calculer la probabilité d'un événement ». Il s'étale sur une durée de 8 heures. Une proposition de répartir le chapitre en quatre séances, de 2 heures chacune, est donnée dans le document méthodologique.

Ce chapitre est composé d'une partie « cours » comportant quatre paragraphes et d'une partie « exercices ».

Le premier paragraphe du cours intitulé « Introduction » comporte trois activités et un tableau. Dans la première activité, consistant à lancer un dé cubique et s'intéressant au numéro porté par sa face supérieure, des notions sont abordées dans un langage probabiliste puis dans un langage ensembliste. Après l'activité 3, un tableau prend place. Ce tableau est

[5] D'après un questionnaire que nous avons passé auprès de 18 enseignants chargés de l'enseignement de la 3ème année secondaire, section Math., 11 professeurs trouvent qu'il y a des difficultés dans les apprentissages relatives au chapitre « Probabilité ».

[6] Nous pensons spécialement aux arrangements qui ne sont plus déterminés à l'aide des injections qui, eux, ne font plus partie de l'enseignement mathématique du secondaire.

[7] Nous nous intéressons ici au manuel de 3ème année secondaire, section Mathématiques (Ben Younes et al. 2000).

une sorte de dictionnaire permettant le passage entre le langage ensembliste et le langage probabiliste.

Le second paragraphe intitulé « Probabilité d'un événement » commence par une activité qui est une reprise de la première activité du paragraphe précédent à laquelle on ajoute une précision : le dé est homogène. La probabilité d'un événement est introduite, *intuitivement*, dans les termes suivants : ''Chacun des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 a « une chance sur six » de paraître. Pour traduire ce fait, on dit que la probabilité de chaque événement élémentaire est égale à $\frac{1}{6}$'' (p. 285). A la suite de cette activité, la probabilité est définie comme une application de l'ensemble des parties d'un ensemble fini Ω dans l'intervalle [0, 1]. Le paragraphe se termine par la définition (dans le cas de l'équiprobabilité) de la probabilité d'un événement A, dans une approche Laplacienne, en tant que quotient du nombre de cas favorables (à la réalisation de A) par le nombre des cas possibles.

Le troisième paragraphe « Exercices traités » comporte deux exercices traités. Dans l'exercice 1, il s'agit d'un tirage simultané, au hasard, de 2 boules d'un sac contenant 4 boules rouges et 3 boules noires, tous les tirages étant équiprobables. L'épreuve de l'exercice 2 consiste en un jet simultané de deux dés cubiques de couleurs différentes et dont les faces sont numérotées de 1 à 6, tous les événements élémentaires étant équiprobables.

Le dernier paragraphe « Propriétés » est constitué par trois propriétés et un exercice traité. Les propriétés sont les suivantes : si p est une probabilité définie sur l'ensemble des parties d'un ensemble fini Ω et A et B deux événements de Ω, alors $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$, p((ط 0 = et $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$. L'exercice traité est une application de ces propriétés.

b) Remarques :

Soulignons d'abord que le concept « Probabilité d'un événement » est introduit d'une façon intuitive. Il s'agit de la chance qu'a un événement pour être réalisé. D'ailleurs, le concept « Probabilité d'un événement » a été introduit par un cas d'équiprobabilité.

Remarquons ensuite que, dans la partie « exercices », les exercices 10, 11, et 16 sont les seuls où l'on utilise le terme *hasard* dans la présentation de l'épreuve. Dans ces exercices, et en plus du caractère aléatoire de l'expérience, on annonce, explicitement, l'équiprobabilité des issues. D'ailleurs, dans les 18 exercices[8] où l'épreuve est décrite, on annonce, dans 6 exercices, qu'on se place dans l'hypothèse de l'équiprobabilité et, dans les autres exercices, que les événements élémentaires (tirages, permutations, distributions) sont équiprobables. Dans ces conditions, nous douterions fort que l'élève se soit construit une conception adéquate de l'équiprobabilité.

2. Une conception erronée :

Nous avons passé, dans notre travail de DEA (Dhieb 2003), une partie commune d'un test auprès de 107 élèves de 2ème année secondaire (2S) et 92 élèves de 3ème année secondaire, section Mathématiques (3M). L'exercice 2 de cette partie s'énonce de la façon suivante :

« *On lance en même temps 2 dés cubiques (les faces sont numérotés de 1 à 6). Soient les évènements : A : ''obtenir un 5 et un 6''*

B : ''obtenir deux 6''

Choisis la réponse qui te paraît correcte :

A a plus de chances que B □

B a plus de chances que A □

A et B ont les mêmes chances □. »

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

- Fréquences des réponses à l'exercice 2 en fonction des groupes 2S et 3M.

[8] Il s'agit des exercices 7-24, les six premiers étant formulés sous forme de QCM.

Groupe / Réponse	2S	3M
A (correcte)	18 %	20.5 %
B	56 %	24 %
=	26 %	**54,5 %**
N.R[9]	0 %	1 %

Nous constatons que les performances de 2S et 3M sont presque les mêmes concernant la réponse correcte A. En d'autres termes, les données recueillies ne permettent pas de conclure à un effet significatif du niveau scolaire ni de l'enseignement. Ce qui est surprenant, dans ces résultats, c'est le passage de la fréquence de la réponse biaisée[10] (=) de 26 % pour la 2S à 54,5 % pour la 3M[11]. Pourrait-on parler d'un apport ''négatif'' de l'enseignement ?

Nous avons attribué, d'une part, la réponse A à la conception[12] voulue par l'institution scolaire que nous avons nommé *''équiprobabilité des issues possibles''* et que nous avons noté *''**EQUIP**''* et, d'autre part, la réponse (=) à une conception erronée que nous avons nommé *''équiprobabilité des issues observables''* et que nous avons noté *''**EQUIO**''*.

Ainsi, pour les élèves de 3M, les issues observables seraient tenues pour équiprobables[13] à la place des issues possibles (événements élémentaires). Autrement dit, ils voient dans l'événement ''*obtenir un 5 et un 6*'' un résultat qui a les mêmes chances d'avoir lieu que l'évènement ''*obtenir deux 6*'' et non un couple de deux nombres tel que l'envisage le modèle mathématique enseigné. Nous voyons dans cette distorsion dans le jugement probabiliste, une conception de l'équiprobabilité où les élèves confondent entre événement et événement élémentaire.

9 Non réponse.
10 Biais d'équiprobabilité.
11 Ce constat paraît en accord avec les conclusions de Lecoutre et Durand disant que le biais d'équiprobabilité est important pour les élèves ayant entamé un début de formation en probabilité (une année).
12 Une conception au sens de Balacheff (1995) est constituée d'un ensemble de problèmes, d'un ensemble d'opérateurs, d'un système de représentations et d'une structure de contrôle.
13 Une chance par observation.

Cette confusion représente, à notre sens, un problème de choix du modèle adéquat : pourquoi choisir un modèle où l'équiprobabilité est entre les couples possibles et non pas un modèle où les résultats observables seraient équiprobables ? Pourquoi le premier modèle de probabilité, choisi par l'institution scolaire, est-il plus adéquat ?

3. Quelques réflexions :

La conception *''**EQUIO**''* que nous qualifions de *spontanée* est fausse dans l'approche Laplacienne enseignée. La déstabilisation de cette conception passerait, à notre sens, par une approche fréquentiste (ou a posteriori) qui plaiderait en faveur de la conception institutionnelle *''**EQUIP**''*. Notons que Bernouilli justifie l'approximation de la probabilité d'un événement par sa fréquence stabilisée observée expérimentalement en démontrant son *théorème d'or* énoncé par Henry (1997) comme suit : ''*Lorsque l'on répète un assez grand nombre de fois une expérience aléatoire à deux issues, succès de probabilité p et échec de probabilité q, la probabilité que la fréquence des succès obtenus soit aussi voisine que l'on veut de p est aussi proche que l'on veut de la certitude.*''. A nos yeux, l'approche expérimentale[14] proposée dans le document méthodologique est d'un intérêt certain dans la déstabilisation de la conception *''**EQUIO**''*. Cette approche pourrait montrer la non pertinence de cette conception puisque l'expérimentation donnera une probabilité de A qui sera presque le double de celle de B. Seulement, expérimenter à la main s'avère coûteux, étant donné qu'on ne peut pas répéter l'expérience un très grand nombre de fois[15]. Ainsi, l'aide de la machine s'avère indispensable. Si une simulation à la calculette[16] pourrait donner une première réponse à un problème de probabilité (Achour 1997), nous pensons que l'usage de l'ordinateur est incontournable.

[14] Cette approche ne figure pas dans l'organisation du manuel scolaire.
[15] Des milliers ou des dizaines de milliers de fois.
[16] Par le biais de la touche « Random ».

Revenons au manuel scolaire. Au sens où les probabilités ‘‘sont seulement approximatives’’ (Borel 1943), que signifie p(1) = $\frac{1}{6}$ dans le cas du lancer d'un dé cubique parfait ? A notre sens, une simulation de la dernière épreuve un très grand nombre de fois (10000 fois par exemple) donnera une fréquence d'apparition de chaque face voisine de $\frac{1}{6}$ et, par la suite, plus de sens à ce nombre. Ainsi, on pourrait prévoir une introduction du concept de « Probabilité d'un événement » dans une activité expérimentale[17].

Par ailleurs, comment faire dans un cas ne relevant pas de l'équiprobabilité ? Lisons plutôt les propos de Bernouilli : ‘‘Ce qu'il n'est donné d'obtenir a priori l'est du moins a posteriori, c'est-à-dire qu'il sera possible de l'extraire en observant l'issue de nombreux exemples semblables.’’ (in. Henry 1997). Ainsi, l'introduction des probabilités dans une approche fréquentiste donne tout son sens au concept de « Probabilité d'un événement ». Seulement, cette introduction est-elle pertinente vers l'âge de 18 ans ?

A notre sens, une introduction des probabilités au collège serait efficace, étant donnée sa possibilité psychologique à partir de 11 ans (Piaget et Inhelder 1951), la statistique enseignée en 8ème année de base pouvant favoriser cette introduction. D'ailleurs nous ne voyons pas pourquoi les statistiques marquent leur absence durant trois années consécutives après la 8ème année de base pour réapparaître à la 3ème année secondaire puis disparaître de nouveau à la 4ème année secondaire (terminale), section Mathématiques. Il s'agit là d'un choix social dont nous ne voyons pas l'intérêt surtout que les raisons pouvant plaider en faveur d'un enseignement de la statistique sont, entre autres, la formation du citoyen et la préparation au concept de « Probabilité » (Duperret 2001).

[17] Outre le document méthodologique parlant de ‘‘Probabilité expérimentale’’, nous notons que le manuel scolaire de 4ème année secondaire, section Sciences expérimentales et Technique (Smida et al. 2001) introduit les concepts de « Probabilité » et de « Probabilité conditionnelle » dans une approche fréquentiste.

Conclusion :

Nous avons abordé, en haut, une conception erronée. A notre sens, elle serait due aux connaissances spontanées avec lesquelles les élèves abordent l'apprentissage scolaire des probabilités (Maury 1986). Ces connaissances étant relatives, essentiellement, au concept « Hasard », l'institution scolaire devrait amener le rapport personnel de l'élève à se confondre avec le rapport scolaire à ce concept (Chevallard 1992). Cet objectif serait possible, pour des conceptions probabilistes erronées, par le biais de l'approche fréquentiste.

D'un autre côté, nous avons montré la possibilité de l'introduction des probabilités, au collège, dans cette approche. Une telle introduction pourrait se faire dans des situations a-didactiques produisant du sens au concept de « Probabilité » et que Brousseau (1986) appelle *situations fondamentales*. Ainsi, l'approche fréquentiste des probabilités serait en accord avec le modèle constructiviste dans lequel veut s'inscrire l'enseignement tunisien.

Pour donner du poids à nos propos, lisons Kolmogorov : ''La valeur épistémologique de la théorie des probabilités est basée sur ceci : dans leur action collective les phénomènes aléatoires, à large échelle, créent des régularités strictes et non aléatoires. Le concept même de probabilité serait sans utilité, s'il ne trouvait sa concrétisation dans la fréquence d'arrivée d'évènements, suite à des expériences nombreuses réalisées dans des conditions uniformes''[18].

Dans une vision Borélienne, où les Mathématiques sont ''en étroite connexion avec la réalité concrète'', nous voyons que la probabilité est, d'abord, probabilité expérimentale comme la géométrie qui est, d'abord, géométrie expérimentale[19].

Estimant que le concept de probabilité se construirait comme ''synthèse de ses différents aspects'', nous ne voyons pas comment faire l'économie d'une approche

[18] D'après ''L'enseignement des probabilités'' de Michel Henry (IREM de Besançon).

[19] D'après une communication de Chevallard dans le colloque Mathématiques sans frontières (Marseille 2000).

fréquentiste. Dans cette vision des choses, nous nous demandons s'il n'est pas nécessaire de faire entrer les élèves dans l'esprit aléatoire, à côté de l'esprit déterministe, dès le collège.

Bibliographie :

- ACHOUR A. (1997), Probabilités, In *Miftah al-Hissab, n° 90-91, pp. 14-27*, Tunis : ATSM (Association Tunisienne des Sciences Mathématiques).
- BALACHEFF N. (1995), Conception, propriété du système sujet/milieu, In NOIRFALISE R., PERRIN-GLORIAN M-J. (eds.), *Actes de la 8ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, pp. 215-229*, Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand.
- BOREL E. (1943), *Les probabilités et la vie*, Paris : PUF, coll. « Que sais-je ? ».
- BROUSSEAU G. (1986), Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, In *Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 7, n° 2, pp. 33-115*.
- CHEVALLARD Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : Perspectives apportées par une approche anthropologique, In *Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 12, n° 1, pp. 73-112*.
- DHIEB M. (2003), *Conceptions combinatoires et probabilistes d'élèves tunisiens de la troisième année secondaire, section Mathématiques*, Mémoire de DEA, Tunis : ISEFC, Université de Tunis.
- DUPERRET J-C. (2001), Des statistiques à la pensée statistique, In *Des statistiques à la pensée statistique, pp. 7-26*, IREM de Montpellier : Université de Montpellier.
- HENRY M. (1997), L'enseignement des statistiques et des probabilités, In LEGRAND P., *Les maths en collège et en lycée, pp. 254-280*, Paris : Hachette.
- LECOUTRE M-P. et DURAND J-L. (1988), Jugements probabilistes et modèles cognitifs. Etude d'une situation aléatoire, In *Educational Studies in Mathematics, 19, pp. 357-368*.
- MAURY S. (1986), *Contribution à l'étude didactique de quelques notions de probabilité et de combinatoire à travers la résolution de problèmes*, Thèse, Montpellier : Université des sciences et techniques du Languedoc.
- PIAGET J. et INHELDER B. (1951), *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*, Paris : PUF.

<u>Documents utilisés</u> :

* Centre National Pédagogique (1997), *Mathématiques, 6ème Année Secondaire -Section Math -, Document méthodologique,* Tunis : Centre National Pédagogique.

*Ministère de l'éducation, Direction des programmes (Décret n° 98 – 1280 du 15 juin 1998), *Programmes officiels de l'enseignement secondaire, Annexe XI, Mathématiques*, Tunis : Centre National Pédagogique.

* BEN YOUNES A., BOUIDA R., ZBIDI S., HACHFI A., MEDDEB M., HAJAIEJ M. (2000), *Mathématiques pour la 3è année de l'enseignement secondaire, Tome I,* Tunis : Centre National Pédagogique.

* SMIDA H., BEN YOUNES A., BOUIDA R., ZBIDI S. (2201), *Mathématiques 4ème année de l'Enseignement Secondaire Section : Sciences expérimentales et Technique - Tome I*, Tunis : Centre National Pédagogique.